

QUANTENOPTIK

Übungsserie 3

Sommersemester 20
Abgabe am 27.05.2020

Andrey Surzhykov
Jonas Sommerfeldt

Aufgabe 1 (*Gültigkeit der Dipolnäherung*) (2 Punkte)

Diskutieren Sie, inwiefern die Dipolnäherung für den $1s \rightarrow 2p$ Übergang in wasserstoffähnlichem Uran (U^{91+}) Gültigkeit hat.

Aufgabe 2 (*Rabi-Oszillation*) (3 Punkte)

In der Vorlesung haben Sie einen Ausdruck für die Populationen eines Zwei-Level Systems in einem elektromagnetischen Feld hergeleitet. Führen Sie nun künstlich eine endliche Lebensdauer der Zustände ein, indem Sie in der Wellenfunktion die Ersetzung

$$E_a \rightarrow E_a - i\hbar/(2\tau) \quad E_b \rightarrow E_b - i\hbar/(2\tau)$$

machen.

- (a) Berechnen Sie die Populationen der beiden Zustände

$$P_a(t) = |\langle \psi_a | \psi(t) \rangle|^2$$
$$P_b(t) = |\langle \psi_b | \psi(t) \rangle|^2$$

im resonanten Fall unter der Bedingung dass bei $t = 0$ der energetisch niedrigere Zustand a voll besetzt ist.

- (b) Berechnen Sie die gesamte Zerfallswahrscheinlichkeit

$$W_b = \int_0^\infty P_b(t) \frac{dt}{\tau}$$

von Zustand b .

Aufgabe 3 (*Bloch-Kugel*)

(2 Punkte)

Zeigen Sie, dass für jeden Zustand $|c\rangle$ auf der Bloch Kugel gilt:

$$|\langle c|c\rangle|^2 = 1$$

Aufgabe 4 (*Fockzustände*)

(3 Punkte)

- (a) Berechnen Sie den Erwartungswert des elektrischen Feldoperators für eine einzelne Mode \mathbf{k}

$$\hat{E}(\mathbf{r}, t) = i\sqrt{\frac{\hbar\omega}{2\varepsilon_0 V}} (\hat{a}e^{i(\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}-\omega t)} - \hat{a}^\dagger e^{-i(\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}-\omega t)})$$

bezüglich eines Photonenzahlzustands $\langle n|\hat{E}(\mathbf{r}, t)|n\rangle$. Berechnen Sie außerdem die Varianz des elektrischen Feldes $\langle \Delta\hat{E}(\mathbf{r}, t) \rangle_0^2 = \langle \hat{E}(\mathbf{r}, t)^2 \rangle_0 - \langle \hat{E}(\mathbf{r}, t) \rangle_0^2$ bezüglich des Vakuumzustandes $|0\rangle$.

- (b) Begründen Sie, warum Fockzustände kein wohl definiertes elektrisches Feld haben können.