Quantenoptik

Übungsserie 1

Sommersemester 20 — **Andrey Surzhykov**
Abgabe am 29.04.2020 — **Jonas Sommerfeldt**

Aufgabe 1 *(Eichinvarianz)* (2 Punkte)

Zeigen Sie, dass das elektrische und magnetische Feld $\boldsymbol{E}$ und $\boldsymbol{B}$ invariant sind unter einer Eichung des Vektorpotentials der Form

$$\boldsymbol{A} \to \boldsymbol{A}' = \boldsymbol{A} + \nabla f.$$

Aufgabe 2 *(Wellengleichung)* (2 Punkte)

Leiten Sie ausgehend von der Coulomb-Eichung $\nabla \boldsymbol{A} = 0$ die Wellengleichung für eine freie [$\varrho(\boldsymbol{r}) = 0$ und $\boldsymbol{j}(\boldsymbol{r}) = 0$] elektromagnetische Welle her.

Aufgabe 3 *(Lorentz Eichung)* (3 Punkte)

Zeigen Sie, dass man zu jedem Potential $A^\mu = (\phi/c, \boldsymbol{A})$ immer eine Eichtransformation $f(x)$ finden kann, sodass die Bedingung der Lorentz Eichung

$$\nabla \boldsymbol{A} + \frac{1}{c^2}\frac{\partial \phi}{\partial t} = 0$$

erfüllt ist.

Aufgabe 4 *(Lagrangefunktion)* (3 Punkte)

Die Lagrangefunktion eines geladenen Teilchens in einem elektromagnetischen Feld lautet:

$$L = \frac{1}{2}mv^2 - q\phi + q\boldsymbol{v} \cdot \boldsymbol{A}.$$

(a) Zeigen Sie, dass diese Lagrangefunktion den bekannten Ausdruck für die Lorentzkraft

$$\boldsymbol{F} = q(\boldsymbol{E} + \boldsymbol{v} \times \boldsymbol{B})$$

liefert.

(b) Berechnen Sie die zugehörige Hamiltonfunktion.