

QUANTENOPTIK

Übungsserie 1

Sommersemester 19
Abgabe am 15.04.2019

Andrey Surzhykov
Robert Müller

Aufgabe 1 (*Eichinvarianz*) (2 Punkte)

Zeigen Sie, dass das elektrische und magnetische Feld \mathbf{E} und \mathbf{B} invariant sind unter einer Eichung des Vektorpotentials der Form

$$\mathbf{A} \rightarrow \mathbf{A}' = \mathbf{A} + \nabla f.$$

Aufgabe 2 (*Wellengleichung*) (2 Punkte)

Leiten Sie ausgehend von der Coulomb-Eichung $\nabla \mathbf{A} = 0$ die Wellengleichung für eine freie $[\rho(\mathbf{r}) = 0$ und $\mathbf{j}(\mathbf{r}) = 0]$ elektromagnetische Welle her.

Aufgabe 3 (*Zirkulare Polarisierung*) (3 Punkte)

Zeigen Sie, dass der elektrische Feldvektor \mathbf{E} für rechts- und linkshändig zirkular polarisierte Wellen tatsächlich um die Propagationsachse rotiert.

Aufgabe 4 (*Poisson-Klammern*) (3 Punkte)

Die Hamiltonfunktion des freien elektromagnetischen Feldes lautet:

$$\mathcal{H} = \frac{1}{2} \int d^3 \mathbf{r} \left[\varepsilon_0 \mathbf{E}^2(\mathbf{r}) + \frac{1}{\mu_0} \mathbf{B}^2(\mathbf{r}) \right].$$

- (a) Stellen Sie die zu diesem Hamiltonian gehörenden kanonischen Gleichungen auf. Wählen Sie hierzu als generalisierte Koordinaten die Komponenten des Vektorpotentials $\mathbf{A}(\mathbf{r})$.
- (b) Berechnen Sie die klassische Poisson-Klammer

$$\{A_k(\mathbf{r}), \Pi_k(\mathbf{r})\},$$

wobei $\mathbf{\Pi}(\mathbf{r})$ der zu $\mathbf{A}(\mathbf{r})$ gehörige generalisierte Impuls ist. Was fällt Ihnen auf?