

QUANTENMECHANIK II

Übungsserie 7

Wintersemester 19/20
Abgabe am 09.12.2019

Andrey Surzhykov
Robert Müller

Aufgabe 1 (Operatorform der Lippmann-Schwinger Gleichung) (3 Punkte)

Die Operatordarstellung der Lippmann-Schwinger Gleichung ist

$$|\psi\rangle = |\mathbf{p}\rangle + \hat{G}_0 \hat{V} |\psi\rangle,$$

wobei $|\mathbf{p}\rangle$ eine ebene Welle bezeichnet.

a) Zeigen Sie, dass diese Darstellung äquivalent zur Ortsraumdarstellung ist, welche Sie zuvor in der Vorlesung kennen gelernt haben.

b) Zeigen Sie außerdem, dass der Green-Operator \hat{G}_0 geschrieben werden kann als:

$$\hat{G}_0 = \frac{1}{E - \hat{H}_0}$$

Aufgabe 2 (Green-Operator mit Potential) (2 Punkte)

Finden Sie eine Operatorgleichung zwischen dem Green-Operator \hat{G} der vollen Propagation im Potential \hat{V} und \hat{G}_0 her.

Hinweis: Nutzen Sie die Relation $\frac{1}{A} - \frac{1}{B} = \frac{1}{A}(\hat{B} - \hat{A})\frac{1}{B}$.

Aufgabe 3 (Streuung an einer harten Kugel) (2 Punkte)

Berechnen Sie in erster Born'scher Näherung den differentiellen Wirkungsquerschnitt für die Streuung an einer harten Kugel:

$$V(r) = \begin{cases} V_0 & \text{für } r \leq d \\ 0 & \text{für } r > d \end{cases}$$

Hinweis: Die sphärische Besselfunktion erster Ordnung hat die Form $j_1(x) = \frac{\sin x}{x^2} - \frac{\cos x}{x}$.

Aufgabe 4 (Elastische Streuung an Wasserstoff) (3 Punkte)

Berechnen Sie in erster Born'scher Näherung den differentiellen Wirkungsquerschnitt für die elastische Streuung von Elektronen mit einer Energie von 100eV an einem Wasserstoffatom im Grundzustand. Nutzen Sie für Ihre Berechnungen atomare Einheiten ($\hbar = m_e = e = 1$) und das statische Potential

$$V(r) = -\left(1 + \frac{1}{r}\right)e^{-2r}.$$

Geben Sie ihre Ergebnisse tabellarisch für $\theta \in \{0^\circ, 30^\circ, 60^\circ, 90^\circ, 120^\circ, 150^\circ, 180^\circ\}$ an.