Quantenmechanik II

Übungsserie 5

Wintersemester 19/20 — **Andrey Surzhykov**
Abgabe am 25.11.2019 — **Robert Müller**

Aufgabe 1 *(Wahrscheinlichkeiten im rotierten Koordinatensystem)* (2 Punkte)

Ein Teilchen habe Bahndrehimpuls $l = 2$ mit Projektion $m = 1$ auf die z-Achse im Koordinatensystem Σ. Sei Σ' ein um $\theta = 60°$ in Bezug auf Σ rotiertes Koordinatensystem. Finden Sie nun die Wahrscheinlichkeit $\mathcal{W}(m')$ dafür, dass das Teilchen Projektion m' auf die Achse z' (in Σ') hat.

Aufgabe 2 *(Orthogonalität der Wigner-D Matrizen)* (2 Punkte)

Beweisen Sie die Orthogonalitätsrelation für Wigner-D Matrizen:

$$\int \mathrm{d}^3\boldsymbol{r} \left[D^{l_1}_{m_1' m_1}(\varphi,\theta,\chi)\right]^* D^{l_2}_{m_2' m_2}(\varphi,\theta,\chi) = \frac{8\pi^2}{2l_1+1}\delta_{m_1 m_2}\delta_{m_1' m_2'}\delta_{l_1 l_2}$$

Aufgabe 3 *(Matrixelement eines irreduziblen Tensors erster Ordnung)* (3 Punkte)

Zeigen Sie, dass das reduzierte Matrixelement einer Kugelflächenfunktion erster Ordnung die in der Vorlesung gezeigte Form annimmt:

$$\langle l_f || Y_1 || l_i \rangle = \sqrt{\frac{3(2l_i+1)}{4\pi}} (l_i 0 1 0 | l_f 0)$$

Hinweis: Berechnen Sie zunächst $\langle l_f m_f | Y_{1m} | l_i m_i \rangle$, indem Sie die Korrespondenz zwischen Kugelflächenfunktionen und Wigner-D Matrizen ausnutzen.

Aufgabe 4 *(Irreduzible Tensoren)* (3 Punkte)

Zeigen Sie, dass Kugelflächenfunktionen $Y_{lm}(\theta,\phi)$ irreduzible Tensoren vom Rang l sind.