Quantenmechanik II

Übungsserie 4

Wintersemester 17/18 **Andrey Surzhykov**
Abgabe am 16.11.2017 **Robert Müller**

Aufgabe 1 *(Wahrscheinlichkeiten im rotierten Koordinatensystem)* (2 Punkte)

Ein Teilchen habe Bahndrehimpuls $l = 2$ mit Projektion $m = 1$ auf die z-Achse im Koordinatensystem Σ. Sei Σ' ein um $\theta = 60°$ in Bezug auf Σ rotiertes Koordinatensystem. Finden Sie nun die Wahrscheinlichkeit $\mathcal{W}(m')$ dafür, dass das Teilchen Projektion m' auf die Achse z' (in Σ') hat.

Aufgabe 2 *(Orthogonalität der Wigner-D Matrizen)* (2 Punkte)

Beweisen Sie die Orthogonalitätsrelation für Wigner-D Matrizen:

$$\int \mathrm{d}^3\boldsymbol{r} \left[D^{l_1}_{m_1' m_1}(\varphi, \theta, \chi)\right]^* D^{l_2}_{m_2' m_2}(\varphi, \theta, \chi) = \frac{8\pi^2}{2l_1 + 1}\delta_{m_1 m_2}\delta_{m_1' m_2'}\delta_{l_1 l_2}$$

Aufgabe 3 *(Matrixelement eines irreduziblen Tensors erster Ordnung)* (3 Punkte)

Zeigen Sie, dass das reduzierte Matrixelement einer Kugelflächenfunktion erster Ordnung die in der Vorlesung gezeigte Form annimmt:

$$\langle l_f || Y_1 || l_i \rangle = \sqrt{\frac{3(2l_i + 1)}{4\pi}} (l_i 0 1 0 | l_f 0)$$

Hinweis: Berechnen Sie zunächst $\langle l_f m_f | Y_{1m} | l_i m_i \rangle$, indem Sie die Korrespondenz zwischen Kugelflächenfunktionen und Wigner-D Matrizen ausnutzen.

Aufgabe 4 *(Helizitäts-Schreibweise)* (3 Punkte)

In der Vorlesung haben Sie die Helizitäts-Schreibweise bzw. die sphärischen Komponenten eines Vektoroperators $\hat{\boldsymbol{A}} = (\hat{A}_x, \hat{A}_y, \hat{A}_z)$ eingeführt:

$$\hat{T}_{1+1} = -\frac{\hat{A}_x + i\hat{A}_y}{\sqrt{2}}$$
$$\hat{T}_{1-1} = \frac{\hat{A}_x - i\hat{A}_y}{\sqrt{2}}$$
$$\hat{T}_{10} = \hat{A}_z$$

Zeigen Sie, dass die $\hat{T}_{1m}$ irreduzible Tensoren sind, dass sich also jeder Vektoroperator als Summe irreduzibler Tensoren schreiben lässt.