

QUANTENMECHANIK II

Übungsserie 3

Wintersemester 16/17
Abgabe am 10.11.2016

Andrey Surzhykov
Robert Müller

Aufgabe 1 (Symmetrieeigenschaften der Clebsch-Gordan Koeffizienten) (3 Punkte)

Racahs fand die folgende explizite Form der Clebsch-Gordan Koeffizienten

$$\begin{aligned} (j_1 m_1 j_2 m_2 | JM) &= \delta_{M, m_1 + m_2} \left[(2J + 1) \frac{(j_1 + j_2 - J)!(J + j_1 - j_2)!(J + j_2 - j_1)!}{(j_1 + j_2 + J + 1)!} \right. \\ &\quad \left. \times (j_1 + m_1)!(j_1 - m_1)!(j_2 + m_2)!(j_2 - m_2)!(J + M)!(J - M)! \right]^{\frac{1}{2}} \\ &\quad \times \sum_{\nu} \frac{(-1)^{\nu}}{\nu!} [(j_1 + j_2 - J - \nu)!(j_1 - m_1 - \nu)!(j_2 + m_2 - \nu)! \\ &\quad \times (J - j_2 + m_1 + \nu)!(J - j_1 - m_2 + \nu)!]^{-1}, \end{aligned}$$

wobei der Index ν alle Werte annimmt, für die keine der Fakultäten negativ wird. Nutzen Sie diese Gleichung, um die in der Vorlesung angegebenen Symmetrierelationen für Clebsch-Gordan Koeffizienten zu zeigen.

Aufgabe 2 (Helium-Wellenfunktion) (2 Punkte)

Nehmen Sie ein Heliumatom an. Beide Elektronen (spin- $\frac{1}{2}$) sollen sich in einem s -Zustand ($l = 0$) befinden. Konstruieren Sie die Wellenfunktion für den Singulett- ($S = 0$) und den Triplettzustand ($S = 1$). Welche Symmetrie bezüglich Vertauschung der beiden Elektronen erfüllen Spin- und Ortswellenfunktion in diesen beiden Zuständen?

Aufgabe 3 (Kopplung von Drehimpulsen die Zweite) (2 Punkte)

Zwei Teilchen mit Drehimpuls $j_1 = 1$ und $j_2 = 2$ seien in einem Zustand mit Drehimpulsprojektion null ($m_1 = m_2 = 0$) präpariert. Zeigen Sie, dass der Gesamtdrehimpuls ($\mathbf{J} = \mathbf{j}_1 + \mathbf{j}_2$) des Systems nicht $J = 2$ sein kann.

Aufgabe 4 (Landau-Yang Theorem) (3 Punkte)

Zeigen Sie, dass ein Vektorteilchen ($J = 1$) nicht in zwei Photonen zerfallen kann.

Hinweis: Betrachten Sie Gesamtdrehimpuls und Symmetrie möglicher Zweiphotonen-zustände.