

Übungsserie 6

Wintersemester 16/17
Abgabe am 01.12.2016

Andrey Surzhykov
Robert Müller

Aufgabe 1 (*Kritischer Winkel für Streutheorie*) (3 Punkte)

In der Vorlesung haben Sie die asymptotische Wellenfunktion in eine ein- und eine auslaufende Welle separiert:

$$\psi_k^{(+)}(\mathbf{r}) = e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} + f \frac{e^{ikr}}{r}.$$

Diese Separation geschah unter der Annahme, dass die beiden Teilwellen nicht interferieren, der Winkel θ zwischen einlaufender Welle und Detektor also hinreichend groß ist. Berechnen Sie näherungsweise den kritischen Winkel θ_0 , bei dessen Unterschreitung $\theta < \theta_0$ keine Separation in einlaufende und gestreute Welle mehr möglich ist.

Hinweis: Untersuchen Sie den Wahrscheinlichkeitsstrom der asymptotischen Wellenfunktion und bedenken Sie, dass bei einer realen Messung immer über einen endlichen Detektorwinkel integriert werden muss.

Aufgabe 2 (*Ein- und auslaufende Kugelwelle*) (2 Punkte)

Eine Kugelwelle wird beschrieben durch:

$$\psi(r) = \frac{e^{\pm ikr}}{r}.$$

Zeigen Sie, dass es sich bei positivem Vorzeichen um eine auslaufende und bei negativem Vorzeichen um eine einlaufende Kugelwelle handelt.

Aufgabe 3 (*Streuung an einer harten Kugel*) (2 Punkte)

Berechnen Sie in erster Born'scher Näherung den differentiellen Wirkungsquerschnitt für die Streuung an einer harten Kugel:

$$V(r) = \begin{cases} V_0 & \text{für } r \leq d \\ 0 & \text{für } r > d \end{cases}$$

Hinweis: Die sphärische Besselfunktion erster Ordnung hat die Form $j_1(x) = \frac{\sin x}{x^2} - \frac{\cos x}{x}$.

Aufgabe 4 (*Elastische Streuung an Wasserstoff*)

(3 Punkte)

Berechnen Sie in erster Born'scher Näherung den differentiellen Wirkungsquerschnitt für die elastische Streuung von Elektronen mit einer Energie von 100eV an einem Wasserstoffatom im Grundzustand. Nutzen Sie für Ihre Berechnungen atomare Einheiten ($\hbar = m_e = e = 1$) und das statische Potential

$$V(r) = -\left(1 + \frac{1}{r}\right)e^{-2r}.$$

Geben Sie ihre Ergebnisse tabellarisch für $\theta \in \{0^\circ, 30^\circ, 60^\circ, 90^\circ, 120^\circ, 150^\circ, 180^\circ\}$ an.