

QUANTENMECHANIK II

Übungsserie 4

Wintersemester 16/17
Abgabe am 17.11.2016

Andrey Surzhykov
Robert Müller

Aufgabe 1 (Wahrscheinlichkeiten im rotierten Koordinatensystem) (2 Punkte)

Ein Teilchen habe Bahndrehimpuls $l = 2$ mit Projektion $m = 1$ auf die z -Achse im Koordinatensystem Σ . Sei Σ' ein um $\theta = 60^\circ$ in Bezug auf Σ rotiertes Koordinatensystem. Finden Sie nun die Wahrscheinlichkeit $\mathcal{W}(m')$ dafür, dass das Teilchen Projektion m' auf die Achse z' (in Σ') hat.

Aufgabe 2 (Orthogonalität der Wigner-D Matrizen) (2 Punkte)

Beweisen Sie die Orthogonalitätsrelation für Wigner-D Matrizen:

$$\int d^3\mathbf{r} \left[D_{m'_1 m_1}^{l_1}(\varphi, \theta, \chi) \right]^* D_{m'_2 m_2}^{l_2}(\varphi, \theta, \chi) = \frac{8\pi^2}{2l_1 + 1} \delta_{m_1 m_2} \delta_{m'_1 m'_2} \delta_{l_1 l_2}$$

Aufgabe 3 (Matrixelement eines irreduziblen Tensors erster Ordnung) (3 Punkte)

Zeigen Sie, dass das reduzierte Matrixelement einer Kugelflächenfunktion erster Ordnung die in der Vorlesung gezeigte Form annimmt:

$$\langle l_f m_f | Y_1 | l_i m_i \rangle = \sqrt{\frac{3(2l_i + 1)}{4\pi}} (l_i 0 1 0 | l_f 0)$$

Hinweis: Berechnen Sie zunächst $\langle l_f m_f | Y_{1m} | l_i m_i \rangle$, indem Sie die Korrespondenz zwischen Kugelflächenfunktionen und Wigner-D Matrizen ausnutzen.

Aufgabe 4 (Helizitäts-Schreibweise) (3 Punkte)

In der Vorlesung haben Sie die Helizitäts-Schreibweise bzw. die sphärischen Komponenten eines Vektoroperators $\hat{\mathbf{A}} = (\hat{A}_x, \hat{A}_y, \hat{A}_z)$ eingeführt:

$$\begin{aligned} \hat{T}_{1+1} &= -\frac{\hat{A}_x + i\hat{A}_y}{\sqrt{2}} \\ \hat{T}_{1-1} &= \frac{\hat{A}_x - i\hat{A}_y}{\sqrt{2}} \\ \hat{T}_{10} &= \hat{A}_z \end{aligned}$$

Zeigen Sie, dass die \hat{T}_{1m} irreduzible Tensoren sind, dass sich also jeder Vektoroperator als Summe irreduzibler Tensoren schreiben lässt.