

# QUANTENMECHANIK II

## Übungsserie 2

Wintersemester 16/17  
Abgabe am 03.11.2016

Andrey Surzhykov  
Robert Müller

### Aufgabe 1 (Pauli Matrizen) (3 Punkte)

- (a) Zeigen Sie, dass die Pauli Matrizen zusammen mit  $1_2$  eine Basis für den Raum aller hermiteschen  $2 \times 2$  Matrizen bilden.
- (b) Nutzen Sie die explizite Form der Pauli Matrizen, um zu zeigen, dass die Spinoperatoren

$$\hat{s}_i = \frac{1}{2} \hat{\sigma}_i \quad i \in \{1, 2, 3\}$$

Drehimpulsoperatoren sind.

- (c) Konstruieren Sie einen Zustand  $|+\rangle_x$  mit Spinprojektion  $+\frac{1}{2}$  auf die  $x$ -Achse und geben Sie das Ergebnis in der Basis

$$|+\rangle_z = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad |-\rangle_z = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

an, wobei  $|+\rangle_z$  und  $|-\rangle_z$  Eigenfunktionen zu  $\hat{s}_z$  sind.

### Aufgabe 2 (Kopplung von Drehimpulsen) (2 Punkte)

- (a) Seien  $\hat{j}_1$  und  $\hat{j}_2$  Drehimpulsoperatoren. Zeigen Sie, dass

$$\hat{J} = \hat{j}_1 + \hat{j}_2$$

ebenfalls ein Drehimpulsoperator ist.

- (b) Zeigen Sie die folgenden Kommutatorrelationen:

(i)  $[\hat{J}^2, \hat{j}_{1,2}^2] = 0$

(ii)  $[\hat{J}_z, \hat{j}_{1,2}^2] = 0$

### Aufgabe 3 (Clebsch-Gordan Koeffizienten) (2 Punkte)

Begründen Sie, welche der folgenden Clebsch-Gordan Koeffizienten null sind.

(a)  $(1 \frac{1}{2} 1 0 | 2 \frac{3}{2})$

(b)  $(5 0 4 0 | 1 0)$

(c)  $(2 \frac{3}{2} 1 - 1 | 4 \frac{1}{2})$

(d)  $(\frac{1}{2} \frac{1}{2} \frac{3}{2} \frac{1}{2} | 1 1)$

**Aufgabe 4** (Vektormodell von Drehimpulsen)

(3 Punkte)

Sei  $\hat{\mathbf{j}}$  ein Drehimpulsoperator und  $|jm\rangle$  ein Eigenvektor zu  $\hat{\mathbf{j}}^2$  und  $\hat{j}_z$ . Zeigen Sie, *ohne* eine explizite Darstellung von  $\hat{\mathbf{j}}$  zu verwenden, dass

(a)  $\langle jm|\hat{j}_x|jm\rangle = 0$

(b)  $\langle jm|\hat{j}_y|jm\rangle = 0$