



Schweizerische Eidgenossenschaft  
Confédération suisse  
Confederazione Svizzera  
Confederaziun svizra

Eidgenössisches Institut für Metrologie METAS



# Konformitätsaussagen nach JCGM 106

M. Zeier, METAS

# Inhalt

- Worum geht es
- GUM-Dokument: JCGM 106
- Messunsicherheiten und PDFs
- Konformitätswahrscheinlichkeit
- Risiko, Sicherheitsabstand und Annahmegrenze

# Worum geht es?

## Konformitätsbewertung

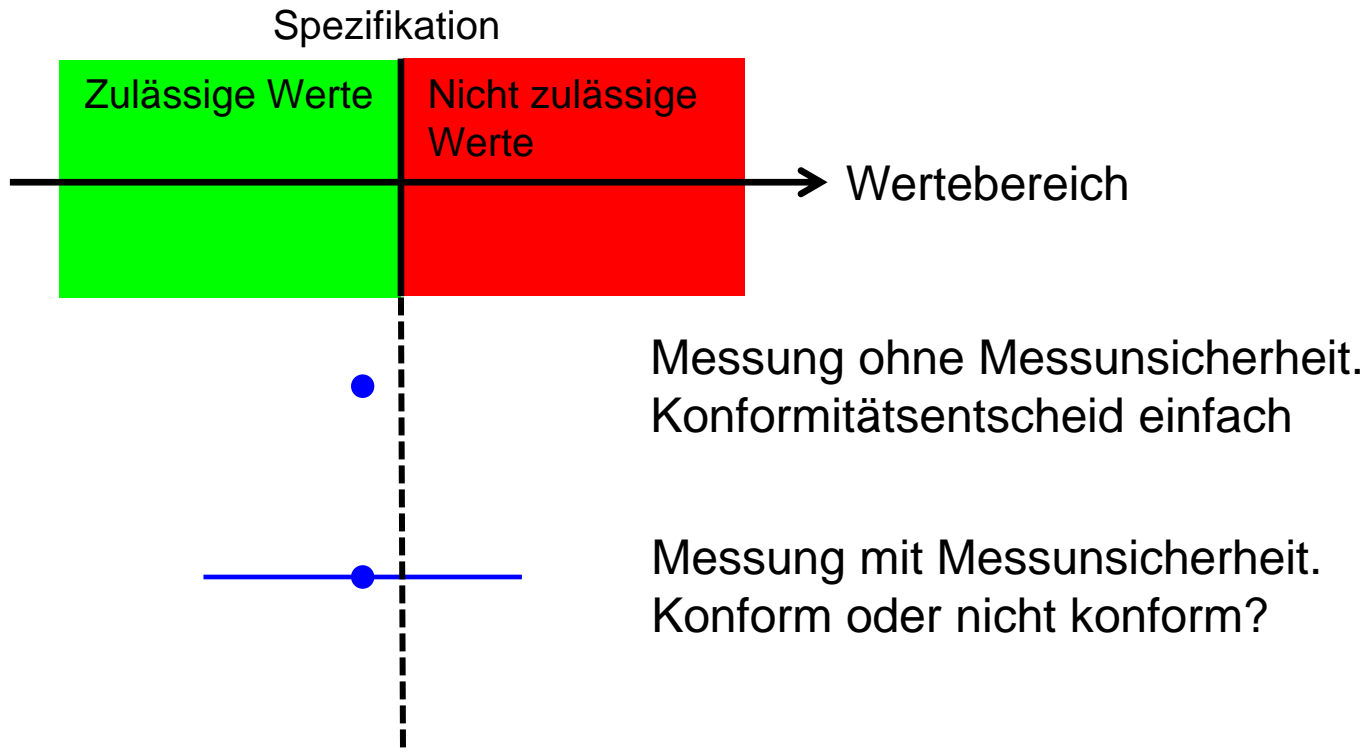
- Untersuchung ob ein Produkt, ein Prozess, ein System, eine Person oder eine Stelle gewisse Standards oder Bedingungen erfüllt.

## Beispiele

- Kalibrierung eines Gewichtsstückes und Bestätigung, dass dieses die Genauigkeitsanforderungen nach OIML Klasse F1 erfüllt;
- Eichung eines Schallpegelmessers mit Bestätigung, dass dieser den Anforderungen der Messmittelverordnung genügt;
- Prüfung eines Sicherheitsbauteiles und Bestätigung, dass dieses der europäischen Maschinenrichtlinie genügt.
- Messung der elektrischen Feldstärke und Überprüfung ob der geltende Grenzwert der NISV eingehalten ist.
- Überprüfung, ob die Spezifikationen bei der Produktion von elektrischen Widerständen eingehalten werden.

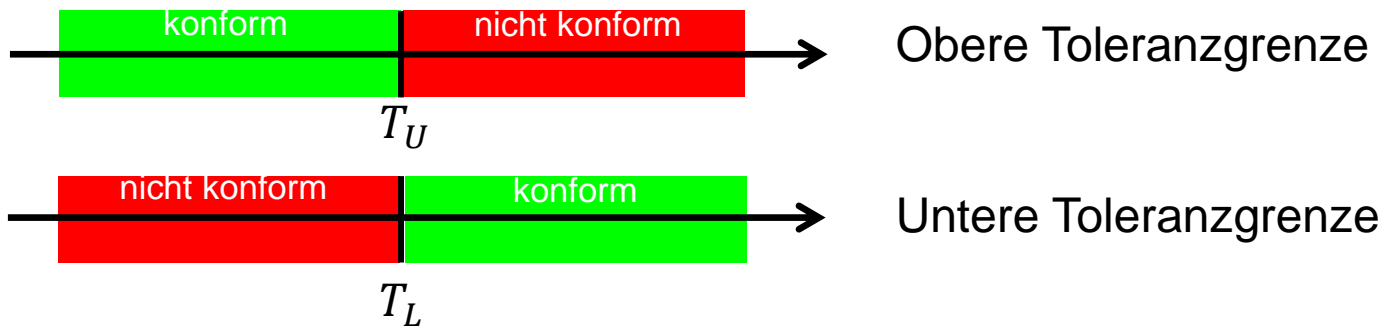
# Konformität und Messung

- Bei der Bewertung der Konformität einer Grösse oder eines Produktes mit vorgegebener Spezifikation sind Messungen meist ein integraler Bestandteil



# Toleranzgrenzen

- Man unterscheidet zwischen
- Einseitigen Toleranzintervallen



- Zweiseitigem Toleranzintervall



- Kompliziertere Fälle möglich (z.B. mehrdimensional)

# JCGM

- Joint Committee for Guides in Metrology
- <http://www.bipm.org/en/committees/jc/jcgm/>
  
- Publikationen (nicht vollständig):
  - JCGM 100:2008. *Guide to the expression of uncertainty in measurement, (GUM)*
  - JCGM 101:2008. *Evaluation of measurement data — Supplement 1 to the “Guide to the expression of uncertainty in measurement” — Propagation of distributions using a Monte Carlo method*
  - JCGM 102:2011. *Evaluation of measurement data — Supplement 2 to the “Guide to the expression of uncertainty in measurement” — Extension to any number of output quantities*
  - JCGM 106:2012. *Evaluation of measurement data — The role of measurement uncertainty in conformity assessment*

# JCGM 106

- JCGM 106. *Evaluation of measurement data - The role of measurement uncertainty in conformity assessment*
  - Basiert auf klarem mathematischem Konzept
  - Stellt die messungsbasierte Konformitätsbewertung auf ein wahrscheinlichkeitstheoretisches Fundament
  - Das Dokument beschränkt sich auf
    - Skalare Messgrößen
    - Ein- oder zweiseitiges Toleranzintervall
    - Binäre Entscheidung: Konform / Nicht konform

JCGM 106 schärft das Bewusstsein dafür, dass ein Konformitätsentscheid, der basierend auf Messungen gefällt wird, immer auch falsch sein kann und liefert die Grundlagen dafür, das entsprechende Risiko zu berechnen.

# Messunsicherheit nach GUM

Eingangsgrößen

$$X_1, X_2, X_3, \dots \quad u(X_1), u(X_2), u(X_3), \dots$$

Messmodell

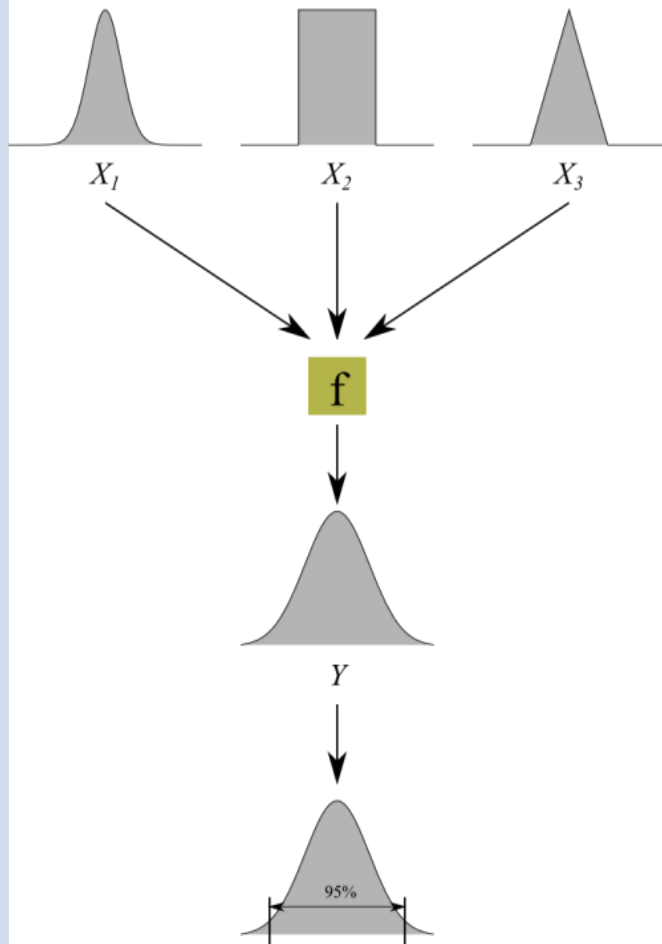
$$Y = f(X_1, X_2, X_3, \dots)$$

Lineare Messunsicherheitsfortpflanzung

$$u(Y) = \sqrt{\left(\frac{\partial Y}{\partial X_1}\right)^2 (u(X_1))^2 + \left(\frac{\partial Y}{\partial X_2}\right)^2 (u(X_2))^2 + \left(\frac{\partial Y}{\partial X_3}\right)^2 (u(X_3))^2 + \dots}$$

Erweiterte Messunsicherheit

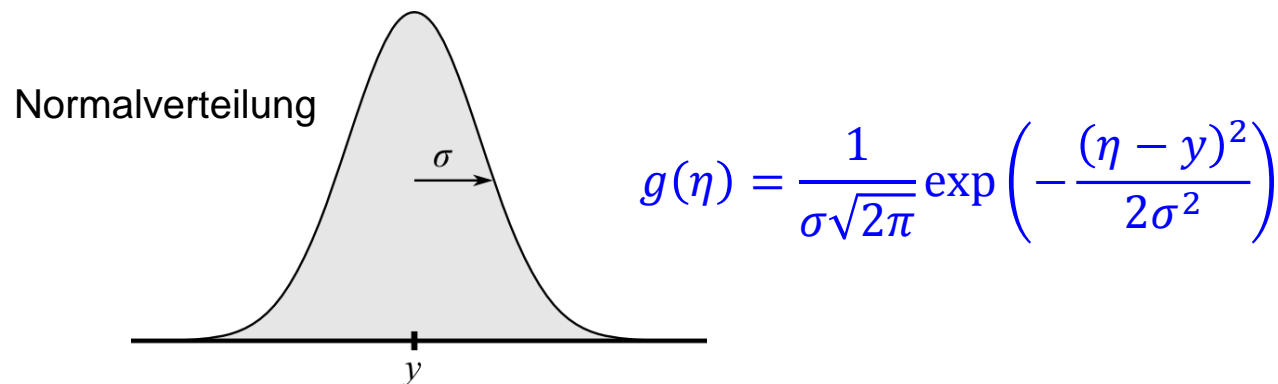
$$U(Y) = 1.96 u(Y)$$





# Wahrscheinlichkeitsdichteverteilung

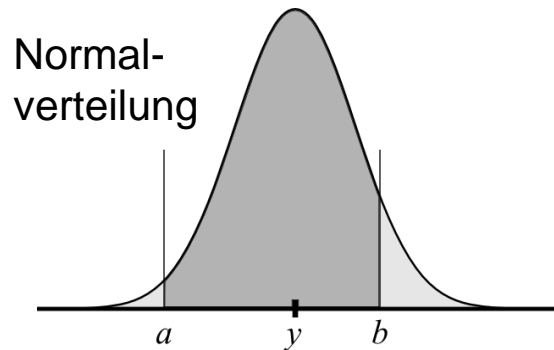
- Probability Density Function (PDF)
  - Mass für die Kenntnis über die Messgrößen
  - Die Messgröße wird als Zufallsvariable betrachtet deren Streuung durch die PDF beschrieben wird
  - Kenngrößen:
    - Mittelwert  $y$
    - Standardabweichung  $\sigma =$  Standardunsicherheit  $u(y)$



**PDFs spielen zentrale Rolle bei der Konformitätsbewertung nach JCGM 106**

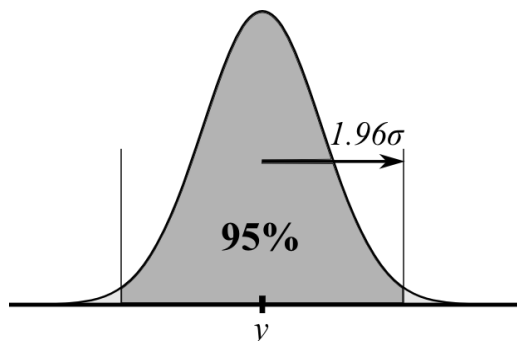
# Wahrscheinlichkeitsaussage

- Wahrscheinlichkeit, dass der Wert der Messgrösse sich im Intervall  $[a,b]$  befindet, ist durch den Flächenanteil der normierten Verteilung zwischen  $a$  und  $b$  gegeben.



$$Pr(a \leq Y \leq b) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_a^b \exp\left(-\frac{(\eta - y)^2}{2\sigma^2}\right) d\eta$$

Nicht analytisch lösbar!

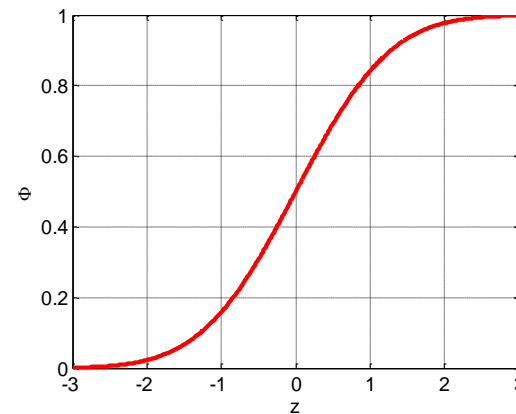
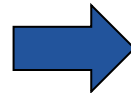
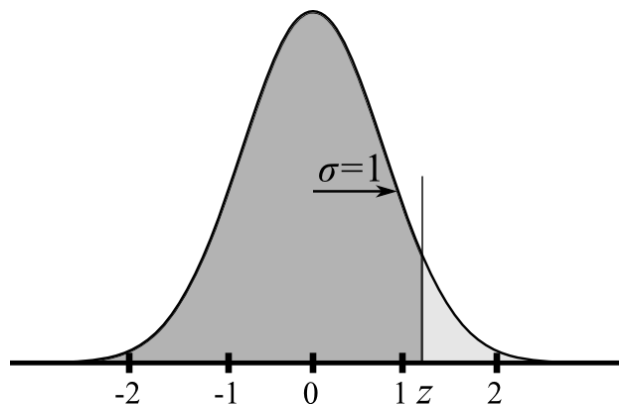


z.B. Bedeckungsintervall der erweiterten Messunsicherheit

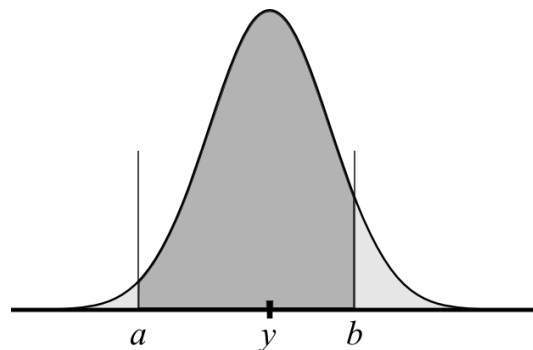
# Kulminierte Standardnormalverteilung

$$\varphi_0(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{t^2}{2}\right)$$

$$\Phi(z) = \int_{-\infty}^z \varphi_0(t) dt$$



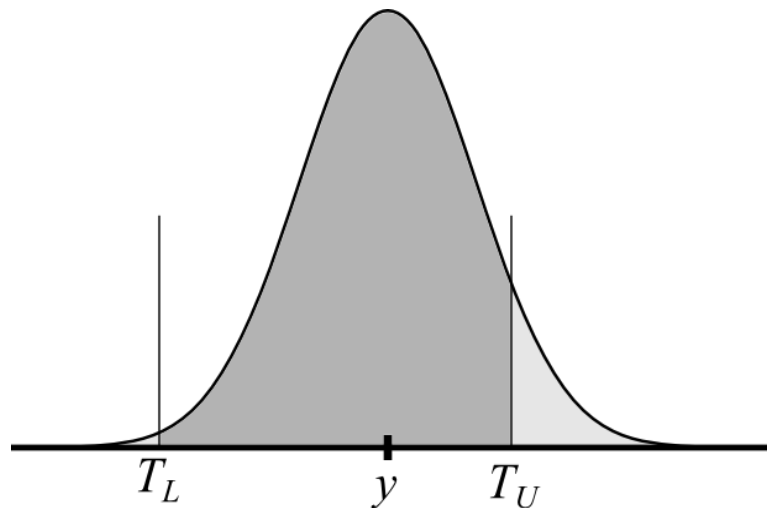
tabellarisiert!



$$Pr(a \leq Y \leq b) = \Phi\left(\frac{b-y}{\sigma}\right) - \Phi\left(\frac{a-y}{\sigma}\right)$$

# Konformitätswahrscheinlichkeit

- Durch die Fläche der PDF der Messgröße gegeben, die zwischen den Toleranzgrenzen liegt.



Konformitätswahrscheinlichkeit für Normalverteilung:

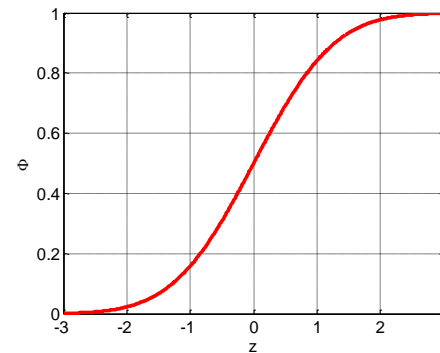
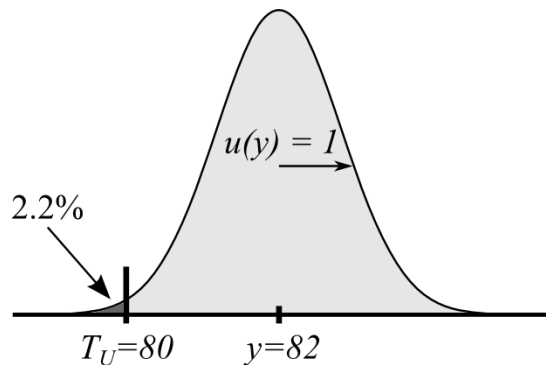
$$p_c = \Phi\left(\frac{T_U - y}{u}\right) - \Phi\left(\frac{T_L - y}{u}\right)$$

- Berechnung der Konformitätswahrscheinlichkeit bedingt im Allgemeinen die Kenntnis der PDF.
- Prinzip gilt allgemein für alle Verteilungen

# Beispiel für Konformitätswahrscheinlichkeit

- Geschwindigkeitsmessung:
- Geschwindigkeitsbegrenzung:  $T_U = 80$  km/h
- Gemessener Wert:  $y = 82$  km/h
- Messunsicherheit:  $u(y) = 1$  km/h
- Konformitätswahrscheinlichkeit: (Normalverteilung)

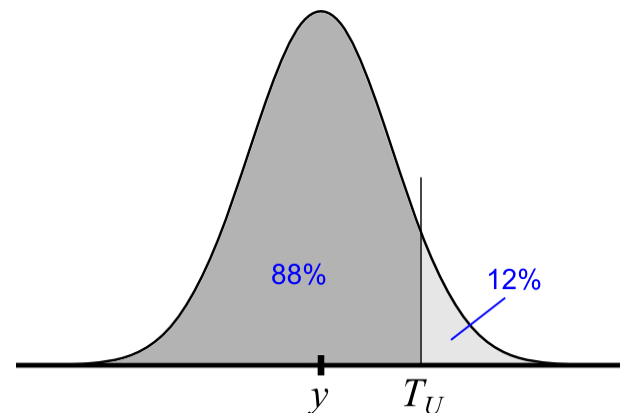
$$p_c = \Phi\left(\frac{T_U - y}{u(y)}\right) = \Phi(-2) = 0.022 \quad (2.2\%)$$



# Konformitätswahrscheinlichkeit und Risiko

- Die wahrscheinlichkeitsbasierte Betrachtung der Konformität ermöglicht die Quantifizierung des Risikos einer Fehlbewertung

Beispiel einer Messung bei einseitigem Toleranzintervall:



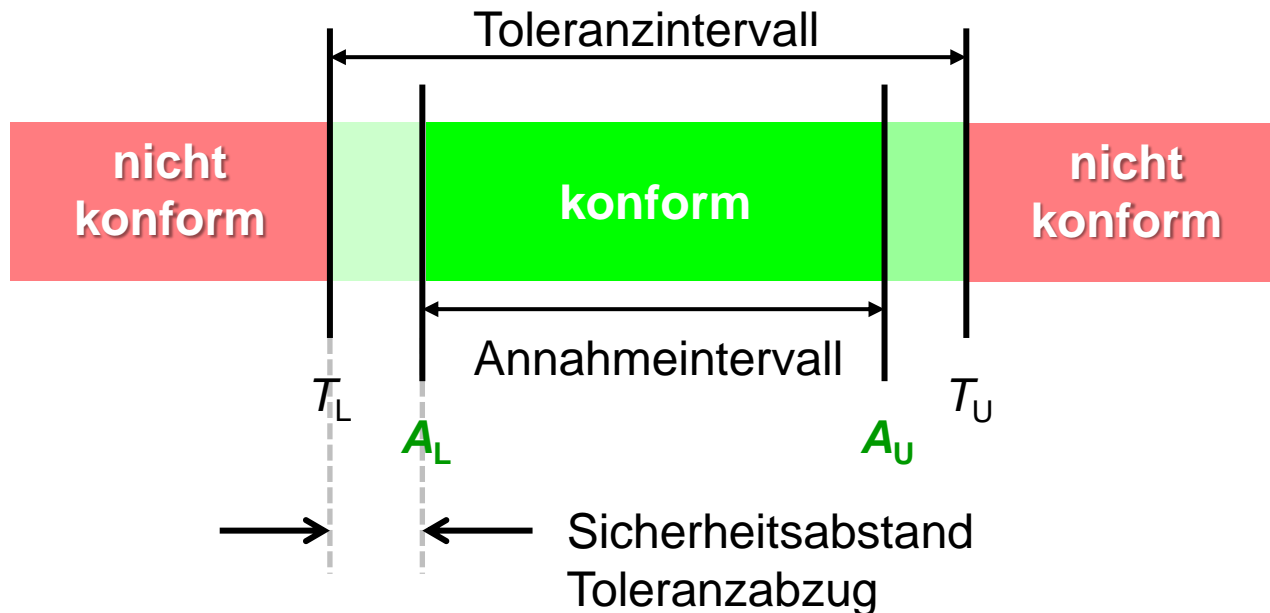
Konformitätswahrscheinlichkeit: 88%

Bei Annahme beträgt das Risiko der Fehlbewertung 12%

**Das Risiko lässt sich durch die Wahl von Annahmegrenzen und Sicherheitsabständen steuern**

# Annahmeintervall und Sicherheitsabstand

- Zur Verminderung einer fälschlichen Annahme oder einer fälschlichen Ablehnung kann ein Sicherheitsabstand definiert werden



Sicherheitsabstand:

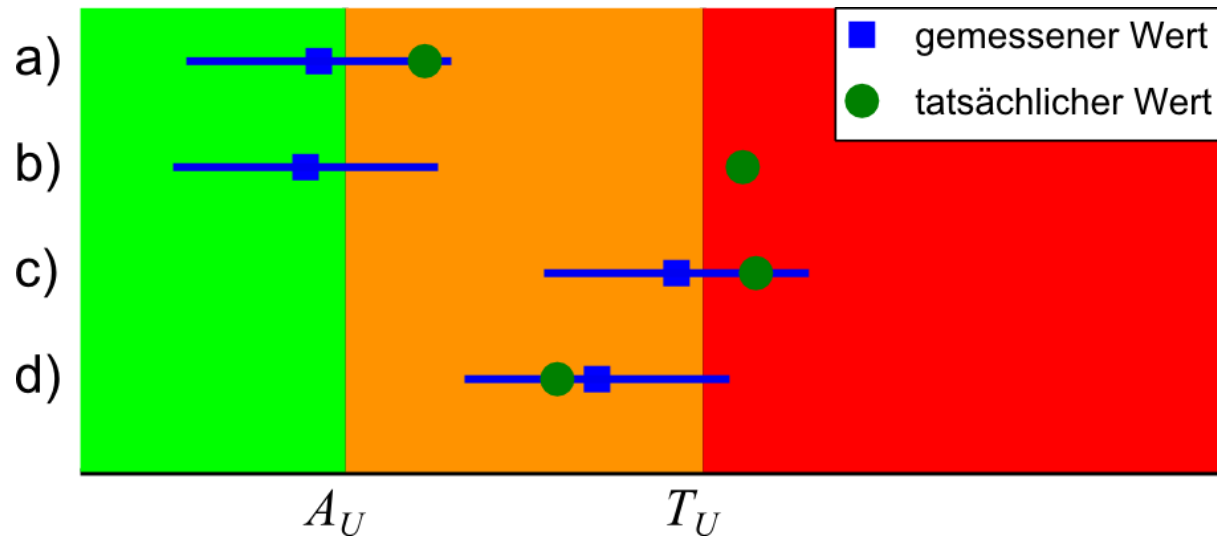
- kann positiv oder negativ sein.
- oft in Einheiten der (erweiterten) Messunsicherheit

## Risikobegriffe

- Die Risikobegriffe, die hier vorgestellt werden, beziehen sich auf Entscheidungen, die basierend auf Messdaten gefällt werden.
- In einem anderen Zusammenhang (z.B. betriebswirtschaftliche Risikoanalyse) werden dieselben Begriffe eventuell unterschiedlich benutzt.
  - Konsumenterrisiko
  - Produzentenrisiko
  - Spezifisches Risiko
  - Globales Risiko



# Resultate der Konformitätsbewertung



Einseitige Annahme- und Toleranzgrenzen

- a) Korrekte Annahme
- b) Falsche Annahme → Konsumentenrisiko
- c) Korrekte Rückweisung
- d) Falsche Rückweisung → Produzentenrisiko

# Konsumenten- und Produzentenrisiko

- Begriffe basieren auf der Idee, dass der Konformitätsbewertung ein Produktionsprozess zugrunde liegt.
- z.B. industrielle Fertigung, Nahrungsmittelproduktion
- Der Konsument hat ein gewisses Risiko, dass der Gegenstand, den er erhält, nicht konform ist, obwohl er bei einem Inspektionsprozess als konform bewertet wurde.
- Der Produzent hat ein gewisses Risiko, dass ein Gegenstand durch den Inspektionsprozess fälschlicherweise als Ausschuss deklariert wird.

# Spezifisches Risiko

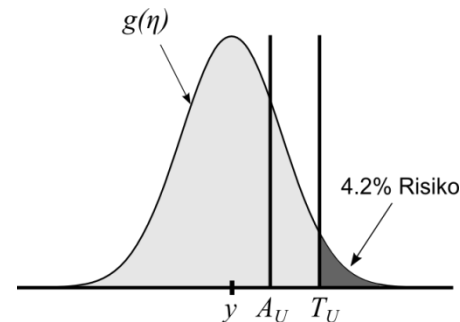
- Die Wahrscheinlichkeit der Fehleinschätzung der Konformität basierend auf einer konkret durchgeführten Messung.
  
- z.B. Geschwindigkeitsmessung:  
Ermittlung von einem konkreten Geschwindigkeitswert
  - Konformitätsentscheid
  - Risiko der Fehleinschätzung
  
- Spezifisches Konsumentenrisiko
  
- Spezifisches Produzentenrisiko

# Berechnung des spezifischen Risikos

Spezifisches Konsumentenrisiko:  $R_C^*$  = Fläche von  $g(\eta)$  ausserhalb der Toleranzgrenzen:

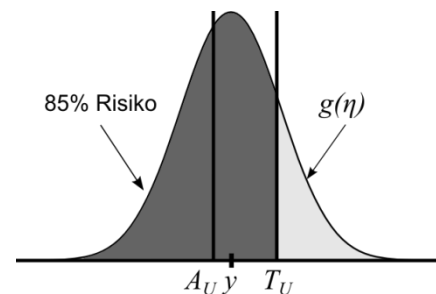
$$\rightarrow R_C^* = 1 - p_c$$

Konformitätswahrscheinlichkeit



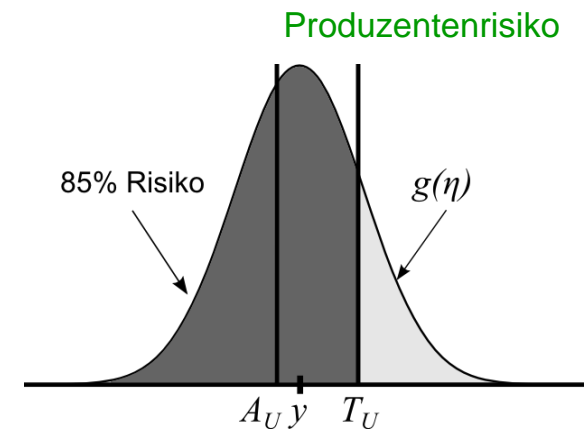
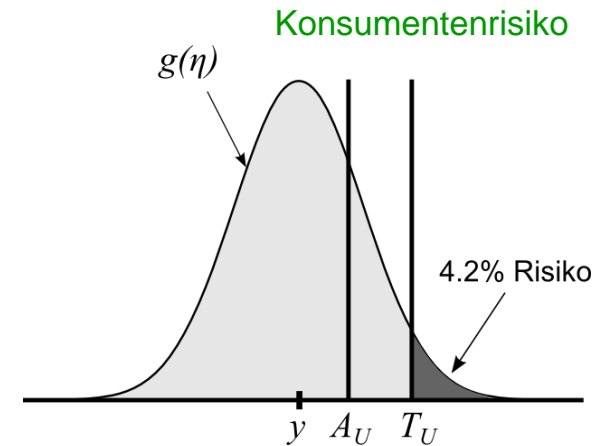
Spezifisches Produzentenrisiko:  $R_P^*$  = Fläche von  $g(\eta)$  innerhalb der Toleranzgrenzen:

$$\rightarrow R_P^* = p_c$$



# Spezifisches Risiko und Sicherheitsabstand

- Die spezifischen Risiken
  - hängen vom Messwert ab
  - hängen vom Sicherheitsabstand ab
  - Sind maximal bei  $y = A_U$
  
- Festlegung des Sicherheitsabstandes beeinflusst die maximalen Risiken in komplementärer Weise.
  - Positiver Sicherheitsabstand verkleinert Konsumentenrisiko und erhöht Produzentenrisiko
  - Negativer Sicherheitsabstand verkleinert Produzentenrisiko und erhöht Konsumentenrisiko.
  - Kein Sicherheitsabstand: «Geteiltes Risiko»



# Maximales spezifisches Risiko

- Sicherheitsabstandsfaktor:

- $$r = \frac{T_U - A_U}{U}$$

- pdf Messung: Normalverteilung

- $$p_c = \Phi\left(\frac{T_U - y}{u}\right)$$

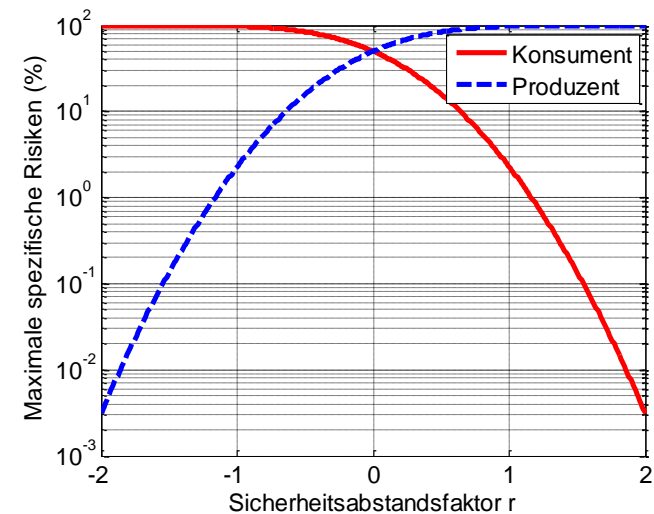
- für  $y = A_U$ :

- $$p_c = \Phi(2r)$$

- Max. spez. Risiken:

- $$R_C^* = 1 - \Phi(2r)$$

- $$R_P^* = \Phi(2r)$$



Maximale spezifische Risiken bei  $y = A_U$  für ein einseitiges Toleranzintervall

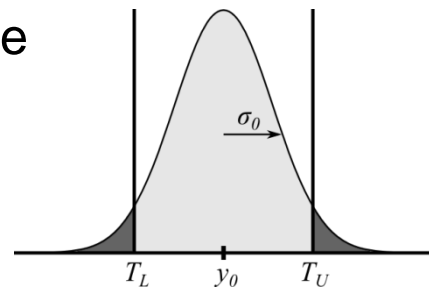


# Beispiel Fertigung von Widerständen

## Produktion:

- Nominaler Produktionswert:  $y_0 = 1500 \Omega$
- Toleranzgrenzen:  $T_L = 1499.8 \Omega$      $T_U = 1500.2 \Omega$ .
- Messung der Streuung in der Produktion mit hochgenauem Ohmmeter Normalverteilung mit Standardabweichung von  $\sigma_0 = 0.12 \Omega$

- ca. 10% nichtkonforme Widerstände
- Nicht akzeptabel



**Produktionsprozess**

## Inspektionsprozess:

- Schnelles Ohmmeter mit  $u_m = 0.04 \Omega$  (Normalverteilung) **Messprozess**
- Annahmegrenzen:  $A_L = 1499.82 \Omega$      $A_U = 1500.18 \Omega$
- → Sicherheitsabstandsfaktor:  $r = 0.02/0.08 = 0.25$



# Berechnung des globalen Risikos

Globale Risiken beim Beispiel der Fertigung von Widerständen

- Globales Konsumentenrisiko

$$R_C = \int_{\tilde{C}} \int_A g_0(\eta) h(\eta_m | \eta) d\eta_m d\eta = 0.99\%$$

- Globales Produzentenrisiko

$$R_P = \int_C \int_{\tilde{A}} g_0(\eta) h(\eta_m | \eta) d\eta_m d\eta = 6.90\%$$

## Sicherheitsabstände basierend auf Risikoanalyse

- Bis jetzt:
  - Berechnung der globalen Risiken in Abhängigkeit von
    - Mess- und Produktionsprozess
    - Annahme- und Toleranzgrenzen
  
  - Oft aber:
  - Tolerierbares Maximalrisiko wird festgelegt.
  - Basierend darauf
    - Festlegung von Sicherheitsabstand
    - Anforderung an Messgeräte
- Inverses Problem (schwierig!)
- Graphische Näherungslösungen

# Zusammenfassung

- JCGM106 stellt Konformitätsbewertung auf ein wahrscheinlichkeitstheoretisches Fundament
- Zentrales Konzept ist die Darstellung der Kenntnis über die Messgrösse als Wahrscheinlichkeitsdichteverteilung
- Auswertung der Verteilung erlaubt Aussage über Konformitätswahrscheinlichkeit und Risiken

# METAS Konformitätskurs [www.metas.ch/kurs](http://www.metas.ch/kurs)

## 1. Kurstag

Zeit	Dauer	Thema
09:00	5'	Begrüssung Organisatorisches, Vorstellung Referenten
09:05	50'	<b>Einleitung</b> , Motivation Begriffe, Normenforderungen, gesetzliche Bestimmungen, Einführung in die Beispiele
09:55	25'	<b>Wahrscheinlichkeit und Statistik</b> Grundbegriffe
10:20	20'	Kaffeepause
10:40	60'	<b>Messunsicherheit</b> Einführung in das GUM Standardverfahren
11:40	40'	Gruppenarbeit zu Modul MK-2 Messunsicherheit
12:20	80'	Mittagessen
13:40	40'	Gruppenarbeit zu Modul MK-2 Fortsetzung
14:20	60'	<b>Konformität und Wahrscheinlichkeit</b> Annahmewahrscheinlichkeit, Prozess- und Messfähigkeitsindex, Annahmeintervalle
15:20	20'	Kaffeepause
15:40	80'	Gruppenarbeit zu Modul MK-3 Konformitätswahrscheinlichkeit
17:00		Ende des 1. Tages

## 2. Kurstag

Zeit	Dauer	Thema
09:00	40'	Strassenverkehrsmessmittel Praxisbericht
09:40	40'	<b>Risikoanalyse und Grenzwerte</b> Konsumenten- und Produzentenrisiko, spezifisches und globales Risiko
10:20	20'	Kaffeepause
10:40	20'	Risikoanalyse und Grenzwerte Fortsetzung
11:00	40'	Atemalkoholmessgeräte Praxisbericht
11:40	40'	Gruppenarbeit zu Modul MK-4 Risikoanalyse
12:20	80'	Mittagessen
13:40	40'	Gruppenarbeit zu Modul MK-4 Fortsetzung
14:20	40'	Elektromagnetische Strahlung, NISV Praxisbericht
15:00	20'	Abschlussdiskussion
15:20	20'	Kaffeepause
15:40	50'	Laborbesuche Atemalkohol, Strassenverkehr, EMV, Wattwaage, Zeit und Frequenz
16:30		Kursende



Schweizerische Eidgenossenschaft  
Confédération suisse  
Confederazione Svizzera  
Confederaziun svizra

Eidgenössisches Institut für Metrologie METAS



Herzlichen Dank für Ihre Aufmerksamkeit