

# Rundungsregeln in der Metrologie

# Metrologische Rundungsregeln

- Wieso runden?
- Rundung des Messwertes
  - DIN 1333
  - ISO 80000-1:2012 (ersetzt ISO 31-0:1992)
- Rundung der Messunsicherheitsbilanz
- Gerundete Messunsicherheit
  - DIN 1333
  - DAkkS-DKD-3 in Kalibrierscheinen
  - Relative Messunsicherheitsangaben
- Rundung und Konformitätsaussagen

## Wieso runden?

Zweck einer Rundung ist

- Platz für die Darstellung zu sparen (z.B. Gleitkommazahlen)

$$\emptyset[11 \text{ V}; 12 \text{ V}; 11 \text{ V}] = 11,33333\bar{3} \text{ V} \approx 11 \text{ V}$$

- die Anzahl der Ziffern der Unsicherheit anzupassen

$$\text{Ergebnis: } 11,3333 \text{ V} \pm 1 \text{ V} \quad \times$$

$$11 \text{ V} \pm 1 \text{ V} \quad \checkmark$$

- Das Ergebnis an die Auflösung / den Ziffernschritt des Messobjektes anzupassen



Runden verändert den Wert der genauen Zahl



# Rundung des Messwertes DIN 1333

- Bei Messergebnissen: Festlegung der Rundestelle anhand der Messunsicherheit
- Kein Auffüllen mit Nullen bei Messergebnissen (Kommastellung nicht weiter rechts als unmittelbar rechts neben der Rundestelle!)

wenn Rundestelle z.B. hier

$$1133 \text{ V} \approx 1100 \text{ V}$$

$$1133 \text{ V} \approx 1,1 \text{ kV}$$

- Auswahl der Runderegel („Runden“, „Abrunden, oder „Aufrunden“)
- Anwendung der ausgewählten Runderegel

DK 511.135 : 003.62		DEUTSCHE NORM		Februar 1992	
Zahlenangaben			<b>DIN</b> 1333		
Presentation of numerical data			Ersatz für DIN 1333 T 1/02.72 und DIN 1333 T 2/02.72		
<b>Inhalt</b>					
	Seite		Seite		Seite
1	Anwendungsbereich und Zweck	1	5.4	Schreibweisen mit Angabe der relativen Grenzabweichungen	9
2	Übersicht über die Schreibweisen und Begriffe	2	6	Ergebniswerte mit Unsicherheit	10
2.1	Verschiedene Zahlenschreibweisen im Zehnersystem	2	6.1	Ermittlung der Rundestelle in der Ergebniszahl bei bekannter Unsicherheit $u$	10
2.2	Besondere Zahlenschreibweisen	3	6.2	Schreibweisen mit Angabe der Unsicherheit $u$	10
2.3	Zahlen aus nichtdezimalen Stellenwertsystemen	3	6.3	Schreibweisen ohne Angabe der Unsicherheit	10
2.4	Zahlen aus gemischten Systemen	3	7	Konventionell richtiger Wert	11
3	Arten von Zahlenschreibweisen im Zehnersystem	4	8	Namen und Ziffern für Zahlenschreibweisen zur Basis $b$	11
3.1	Positive Zahlen	4	9	Zahlenschreibweise zur Basis $b$ mit Ziffern	12
3.2	Negative Zahlen	7	9.1	Vollständige Angabe	12
3.3	Doppelzeichen zur Angabe von Paaren von Zahlen und Termen	7	9.2	Angabe der dienlichen Ziffern	13
4	Runden	8	10	Mathematische Definitionen	13
4.1	Rundverfahren	8	10.1	Allgemeine Stellenwertdarstellungen zur Basis $b$	13
4.2	Festlegen der Rundestelle	8	10.2	Begriffe zu gerundeten Zahlen und vorgegebenen Formaten	16
4.3	Kommastellung	8		<b>Anmerkungen</b>	18
4.4	Auswahl der Runderegeln	8		Zitierte Normen und andere Unterlagen	19
4.5	Runderegeln	8		Frühere Ausgaben	19
5	Vorgabewerte (Sollwerte, Grenzwerte, Toleranzen)	9		<b>Änderungen</b>	19
5.1	Allgemeines	9		<b>Stichwortverzeichnis</b>	20
5.2	Sollwerte	9			
5.3	Schreibweisen mit Angabe der Grenzabweichungen	9			
<p><b>1 Anwendungsbereich und Zweck</b></p> <p>In dieser Norm wird festgelegt, wie Zahlen im täglichen Leben, in Wirtschaft, Technik und Wissenschaft geschrieben werden sollen. Dabei werden auch über die näherungsweise Angabe von Zahlen Festlegungen getroffen, wie sie beim Runden und Messen erforderlich sind. Ferner wird die Art der Angabe von Toleranzen festgelegt. Schreibweisen im Zehnersystem, die in fast allen Bereichen die üblichen und einzig auftretenden Darstellungen sind und die nicht besonders als „zum Zehnersystem gehörig“ gekennzeichnet werden, werden in den Abschnitten 3 bis 7 behandelt. Andere Darstellungssysteme (mit den Basen 2, 8 bzw. 16) spielen in der Informatik eine Rolle. Beliebige Basen werden in der Mathematik zur Gewinnung allgemeiner Einsichten betrachtet. Die Schreibweisen zur Basis <math>b</math> werden systematisch mit dem Präfix <math>b_5</math> gekennzeichnet und in den Abschnitten 8 und 9 behandelt. Begriffliche Festlegungen zu den Zahlendarstellungen enthält der Abschnitt 10. Diese Norm gilt nicht für die interne Zahlendarstellung von Computern.</p>					

Fortsetzung Seite 2 bis 20

Normenausschuß Einheiten und Formelgrößen (AEF) im DIN Deutsches Institut für Normung e.V.  
Normenausschuß Qualitätssicherung und angewandte Statistik (AQS) im DIN

# Festlegung der Rundestelle des Messwertes

## DIN 1333

- Die Messunsicherheit  $u$  bestimmt diejenige Stelle eines dezimal vielziffrig gewonnenen Ergebnisses (z.B. einer Gleitkommazahl maximaler Rechenpräzision), an der dieses gerundet werden muss.
- Denn aufgrund der Messunsicherheit  $u$  tragen Ziffern hinter der Rundestelle keine Informationen mehr!
- Eine (falsche) Rundestelle soll keine kleinere als die wirklich vorhandene Unsicherheit vortäuschen
- Rundestelle = erste von 0 verschiedene Ziffer  $z$  von  $u$  wenn  $z$  zwischen 3 und 9, sonst eine Stelle rechts daneben (wenn  $z = 1$  oder  $z = 2$ )
- Durch die Festlegung der Rundestelle geht jedoch u.U. Information verloren (z.B. Linearität, Stabilität, Drift)

# Festlegung der Rundestelle des Messwertes

## DIN 1333 - Beispiel

Messwert	8,579617 V	8,579617 V
Unsicherheit $u$	3,83 mV = 0,00383 V	1,63 mV = 0,00163 V
erste Ziffer von links $\neq 0$ ist die 3		1. Ziffer von links $\neq 0$ ist die 1
$\Rightarrow$ Rundestelle	0,001 V	0,0001 V
gerundeter Messwert	8,580 V	8,5796 V

# Runderegeln

## DIN 1333

- „Runden“: Addiere dem Betrag des Wertes den halben Stellenwert der Rundestelle und schneide dann ab. Vor den gerundeten Betrag wird das Vorzeichen wieder gesetzt.

zu rundender Messwert	1,15 V	-1,25 V
Rundestelle 0,1	↑	↑
Gerundeter Messwert	1,2 V	-1,3 V



MS Excel

1,2 V

-1,3 V



- „Abrunden“: schneide pos. Zahlen hinter der Rundestelle ab, sonst addiere zum Betrag den Stellenwert der Rundestelle, schneide ab und setze Minuszeichen



Gerundeter Messwert

1,1 V

-1,3 V

MS Excel



1,1 V

-1,2 V



# Runderegeln

## DIN 1333

- „Aufrunden“: Addiere bei pos. Zahlen den Stellenwert der Rundestelle und schneide ab, sonst schneide Zahlen hinter der Rundestelle ab

zu rundender Messwert	1,15 V	-1,25 V
Rundestelle 0,1	↑	↑
Gerundeter Messwert	1,2 V	-1,2 V



MS Excel



1,2 V

-1,3 V



- „Runden zu Null“: schneide Zahlen hinter der Rundestelle ab

Gerundeter Messwert	1,1 V	-1,2 V
---------------------	-------	--------



# Runderegeln

## ISO 80000-1:2012

- „Runden“: Die gerundete Zahl wird ausgewählt aus einer Folge von ganzzahligen Vielfachen des gewählten Rundestellenwertes, das der gegebenen Zahl am nächsten ist

zu rundender Messwert	12,223 V	12,251 V
Rundestellenwert 0,1	↑	↑
Ganzzahlige Vielfache	12,1 V; 12,2 V; 12,3 V; 12,4 V	
Gerundeter Messwert	12,2 V	12,3 V

- Grenzfall: Gleicher Abstand – Was tun?

zu rundender Messwert	12,25 V	12,35 V
-----------------------	---------	---------

DEUTSCHE NORM **Entwurf** Oktober 2012

DIN EN ISO 80000-1	<b>DIN</b>
--------------------	------------

ICS 01.060 Einsprüche bis 2012-12-01

Entwurf

**Größen und Einheiten –**  
**Teil 1: Allgemeines (ISO 80000-1:2009 + Cor 1:2011);**  
**Deutsche Fassung FprEN ISO 80000-1:2012**

Quantities and units –  
 Part 1: General (ISO 80000-1:2009 + Cor 1:2011);  
 German version FprEN ISO 80000-1:2012

Grandeurs et unités –  
 Partie 1: Généralités (ISO 80000-1:2009 + Cor 1:2011);  
 Version allemande FprEN ISO 80000-1:2012

**Anwendungswarnvermerk**

Dieser Norm-Entwurf mit Erscheinungsdatum 2012-10-01 wird der Öffentlichkeit zur Prüfung und Stellungnahme vorgelegt.

Weil die beabsichtigte Norm von der vorliegenden Fassung abweichen kann, ist die Anwendung dieses Entwurfs besonders zu vereinbaren.

Stellungnahmen werden erbeten

- vorzugsweise als Datei per E-Mail an [natg@din.de](mailto:natg@din.de) in Form einer Tabelle. Die Vorlage dieser Tabelle kann im Internet unter [www.din.de/stellungnahme](http://www.din.de/stellungnahme) oder für Stellungnahmen zu Norm-Entwürfen der DKE unter [www.dke.de/stellungnahme](http://www.dke.de/stellungnahme) abgerufen werden;
- oder online im Norm-Entwurfs-Portal des DIN unter [www.entwurfe.din.de](http://www.entwurfe.din.de), sofern dort wiedergegeben;
- oder in Papierform an den Normenausschuss Technische Grundlagen (NATG) im DIN, 10772 Berlin (Häuselschiff, Burggrafenstr. 6, 10787 Berlin).

Die Empfänger dieses Norm-Entwurfs werden gebeten, mit ihren Kommentaren jegliche relevanten Patentrechte, die sie kennen, mitzuteilen und unterstützende Dokumentationen zur Verfügung zu stellen.

Gesamtumfang 52 Seiten

Normenausschuss Technische Grundlagen (NATG) im DIN

© DIN Deutsches Institut für Normung e. V. - Jede Art der Vervielfältigung, auch auszugsweise, nur mit der Genehmigung des DIN Deutsches Institut für Normung e. V., Berlin, gestattet. Alternativtext für Normen durch Beuth Verlag GmbH, 12272 Berlin

Preisgruppe 19  
[www.din.de](http://www.din.de)  
[www.beuth.de](http://www.beuth.de)

1001095

# Gleicher Abstand

ISO 80000-1:2012

Möglich sind zwei Regeln

- Regel A:** Die gerundete Zahl muss ein **geradzahliges** Vielfaches des Rundestellenwertes sein

zu rundender Messwert	12,25 V	12,35 V	-12,25 V	-12,35 V
Rundestellenwert 0,1	↑	↑		
Geradzahlige Vielfache	12,0 V; 12,2 V; 12,4 V; 12,6 V etc.			
Gerundeter Messwert	12,2 V	12,4 V	-12,2 V	-12,4 V

- Regel B:** Die Zahl mit dem betragsmäßig größerem Vielfachen wird gewählt

Gerundeter Messwert	12,3 V	12,4 V	-12,3 V	-12,4 V
---------------------	--------	--------	---------	---------



MS Excel

12,3 V	12,4 V	-12,3 V	-12,4 V
--------	--------	---------	---------



## Runden in mehreren Stufen

ISO 80000-1:2012

- Runden in mehr als einer Stufe kann zu Fehlern führen
- Runden ist stets nur in einem Schritt durchzuführen

zu rundender Messwert 12,245 V

Rundestellenwert 0,1




Falsch



zuerst auf 12,25 V runden und danach auf 12,3 V

Gerundeter Messwert  12,2 V

## Rundung der MU-Bilanz

 Zu frühes Runden kann das Ergebnis verändern

Größe	Intervallgrenzen	Verteilung (Gewichtung)	Beitrag Rundestelle 0,1 $\mu\text{V}$	1 $\mu\text{V}$	10 $\mu\text{V}$	0,1 mV
Einfluss 1	$\pm 121 \mu\text{V}$	U-verteilt	85,6 $\mu\text{V}$	86 $\mu\text{V}$	90 $\mu\text{V}$	0,1 mV
Einfluss 2	$\pm 133 \mu\text{V}$	Rechteck	76,8 $\mu\text{V}$	77 $\mu\text{V}$	80 $\mu\text{V}$	0,1 mV
Einfluss 3	$\pm 118 \mu\text{V}$	Rechteck	68,1 $\mu\text{V}$	68 $\mu\text{V}$	70 $\mu\text{V}$	0,1 mV
Einfluss 4	$\pm 111 \mu\text{V}$	Normal, k=2	55,5 $\mu\text{V}$	56 $\mu\text{V}$	60 $\mu\text{V}$	0,1 mV
Gesamt	$\sqrt{\text{Quadratesumme}} =$		0,1447 mV	0,1517 mV	0,15 mV	0,2 mV
Rundungsdifferenz zu max. Präzision			0,01 %	5 %	0,3 %	38 %

⇒ Es ist daher empfehlenswert mit maximal verfügbarer Präzision zu rechnen und erst das Ergebnis zu runden

## Gerundete Messunsicherheit

DIN 1333, Abs. 6.1:

- Die Unsicherheit wird stets an der ermittelten Rundestelle **aufgerundet**

### 6.1 Ermittlung der Rundestelle in der Ergebniszahl bei bekannter Unsicherheit $u$

Es sollte die Ergebniszahl nach Abschnitt 4.5.1 gerundet und die bekannte Unsicherheit  $u$  nach Abschnitt 4.5.3 aufgerundet werden, und zwar beide an der Stelle, die sich nach folgender Regel ergibt:

Messwert	8,579617 V	8,579617 V
Unsicherheit $u$	3,83 mV = 0,00383 V	1,63 mV = 0,00163 V
erste Ziffer von links $\neq 0$ ist die	3	1. Ziffer von links $\neq 0$ ist die 1
$\Rightarrow$ Rundestelle	0,001 V	0,0001 V
gerundeter Messwert	8,580 V	8,5796 V
Gerundete MU	0,004 V	0,0017 V

# Gerundete Messunsicherheit

## DAkKS-DKD-3, Angabe in Kalibrierscheinen

**6.3** Der Zahlenwert der Messunsicherheit ist mit höchstens zwei signifikanten Stellen anzugeben. Der Zahlenwert des Messergebnisses ist in der abschließenden Angabe auf die letzte gültige Ziffer im Wert der dem Messergebnis beigeordneten erweiterten Messunsicherheit zu runden. Für das Rundungsverfahren sind die üblichen Regeln für das Runden von Zahlen zu verwenden (nähere Angaben zum Runden finden sich in ISO 31-0:1992, Anhang B). Nimmt der Zahlenwert der Messunsicherheit infolge der Rundung jedoch um mehr als 5 % ab, ist der aufgerundete Wert anzugeben.

- Höchstens zwei signifikante Stellen, also eine oder zwei

**Definition (DIN 1333):** „Alle Stellen [...] von der ersten von Null verschiedenen Stelle von vorn bis zur Rundestelle“

10.2.2	signifikante Stellen	Für gerundete oder zu rundende Zahlen: Alle Stellen eines Zahlsymbols des Zehner-(b-)Systems von der ersten von Null verschiedenen Stelle von vorn bis zur Rundestelle	Früher: informationshaltige Stellen (siehe Anmerkung zu Abschnitt 6.1)
--------	----------------------	--	--

- Der Messwert wird auf die letzte gültige Ziffer der MU gerundet \*)
- Nimmt der Zahlenwert der Messunsicherheit infolge der Rundung um mehr als 5 % ab, ist die MU aufzurunden.

\*) Es soll gemäß ISO 31-0:1992 gerundet werden, diese wird ersetzt durch ISO 80000-1, in der die Rundungsregeln jedoch nicht eindeutig festgelegt sind!

## DAkkS-DKD-3, Beispiele

Unsicherheit MU	Messwert	Signifikante Stellen für MU	Gerundete MU	Rundungs differenz der MU	Gerundete MU, DKD-3	Gerundeter Messwert
0,12499 mV	1,0012345 V	2	0,12 mV	-4 %	0,12 mV	1,00123 V
0,12499 mV	1,0012345 V	1	0,1 mV	-20 %	0,2 mV	1,0012 V
3,8352 mV	8,579617 V	2	3,8 mV	-1 %	3,8 mV	8,5796 V
3,8352 mV	8,579617 V	1	4 mV	+4 %	4 mV	8,580 V

## DIN 1333

Unsicherheit MU	Messwert	DIN 1333 Rundestelle	DIN 1333 MU	Gerundeter Messwert
0,12499 mV	1,0012345 V	10 $\mu$ V	0,13 mV	1,00123 V
3,8352 mV	8,579617 V	1 mV	4 mV	8,580 V



Anwendung der verschiedenen Rundungsregeln kann zu Differenzen bei der Ergebnisdarstellung führen. DIN 1333 ist konform zu DAkkS-DKD-3, jedoch nicht unbedingt umgekehrt.

## Relative Messunsicherheitsangaben

**DIN 1333:** Die relative Unsicherheit  $u_r$  wird aus der gerundeten absoluten Unsicherheit ermittelt und danach nochmal aufgerundet (**doppelte Rundung!**). Die Rundestelle ist die erste von 0 verschiedene Ziffer, falls diese eine der Ziffern 3 bis 9 ist, andernfalls eine Stelle daneben.

	Unsicherheit MU	Messwert	DIN 1333 Rundestelle	DIN 1333 Messwert	DIN 1333 MU	Diff.
abs.	0,12340 mV	3,0012345 V	10 $\mu$ V	3,00123 V	0,13 mV = $0,0433 \cdot 10^{-3}$	22 %
rel.	$0,0411 \cdot 10^{-3}$				DIN 1333: $0,05 \cdot 10^{-3}$	
abs.	0,32340 mV		100 $\mu$ V	3,0012 V	0,4 mV = $0,133 \cdot 10^{-3}$	30 %
rel.	$0,108 \cdot 10^{-3}$				DIN 1333: $0,14 \cdot 10^{-3}$	

Relativangaben machen die Rundung ggf. deutlich schlechter!



Die Reihenfolge von Relativbezug und Rundung verändert das Ergebnis (relativen Wert der genauen MU Runden oder gerundete MU relativ berechnen und runden? -> Doppelrundung !)



## Relative Messunsicherheitsangaben

**DAkKS-DKD-3:** Durch die Auswertung der 5%-Regel können auch relative MU-Angaben validiert werden.

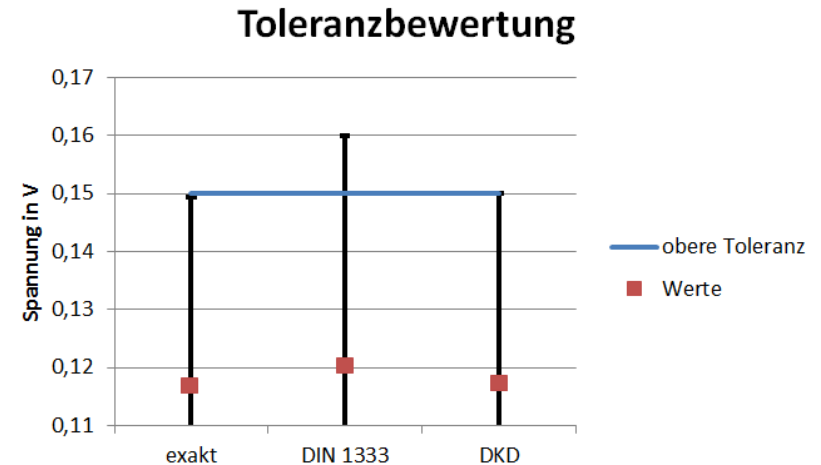
Zur Festlegung der Rundestelle wird jedoch in jedem Fall die absolute MU benötigt!

	Unsicherheit MU	Messwert	Signifikante Stellen	Gerundete MU	Rundungs differenz	Gerundete MU, DKD-3	Gerundeter Messwert
abs.	0,12340 mV	3,0012345 V	2	0,12 mV	-3 %	0,12 mV	3,00123 V
rel.	$41,1 \cdot 10^{-6}$			$41 \cdot 10^{-6}$	-0,2 %	$41 \cdot 10^{-6}$	
abs.	0,34340 mV		1	0,3 mV	-14 %	0,4 mV	3,0012 V
rel.	$0,108 \cdot 10^{-3}$			$0,1 \cdot 10^{-3}$	-7 %	$0,2 \cdot 10^{-3}$	

- Relativangaben führen auch hier zu anderen Rundungsdifferenzen als bei absoluter Rechnung
- Die Rundungsdifferenz kann z.B. bei Konformitätsaussagen die Bewertung beeinflussen!

# Rundung und Konformitätsaussagen

- Erfolgt die Konformitätsbewertung nach der Rundung kann dies zu abweichenden Ergebnissen führen
- Wird jedoch anhand der maximalen Präzision bewertet macht dies den Ergebnisbericht u.U. nicht mehr nachvollziehbar



Alle Werte in Volt	Messwert +					
	obere Toleranz	Messwert	MU	MU	%TOL	Bewertung
exakt	0,15	0,11681	0,03252	0,14933	78%	PASS
DIN 1333	0,15	0,12	0,04	0,16	80%	PASS?
DKD	0,15	0,117	0,033	0,15	78%	PASS?

# Rundung und Konformitätsaussagen

	Kalibrierwert	Messwert	Toleranz	MU	obere Grenze	Bewertung
exakt	183,8	184,3	0,30%	0,058	184,3514	PASS?
Toleranz gerundet	183,8	184,3	0,30%	0,058	184,4	PASS

- Akzeptanzkriterien sollten mit höherer Präzision als Messwerte und Unsicherheit berechnet oder gar nicht gerundet werden
- Unplausible Angaben machen z.T. die Berechnung von Lage im Toleranzfeld oder Konformität schwer

Pegelmessung  
 Frequenzbereich ..... 15 Hz bis 20 kHz  
 Frequenzbandbegrenzung (3-dB-Grenzen) ..... 8 Hz bis 38 kHz  
 Pegelmeßbereich ..... -50 bis + 30 dBm<sup>1)</sup>  
 Pegelanzeige, vorzeichenrichtig  
**Auflösung** ..... **0,1 dB**  
 Eichung durch Potentiometer, (mit Schlitz in der Achse) auf Soll-Anzeige ..... 00.0 dBm  
 Fehlergrenzen der Pegelanzeige nach Eichung (einschließlich Frequenzgang, Digitalfehler, Fehler durch Eigenrauschen und Fehler durch Reflexion bei Anpassung:  $R_q = R_e = 600 \text{ Ohm}$ )

Frequenzbereich	Pegelbereich	Umgebungstemp.	Fehlergrenzen
700 Hz bis 1100 Hz	-11 bis +5 dBm -50 bis +30 dBm	23° ± 10°C 0 bis +50°C	<b>±0,15 dB</b> ±0,2 dB
200 Hz bis 4 kHz	-50 bis +30 dBm	0 bis +50°C	<b>±0,25 dB</b>
40 Hz bis 16 kHz			<b>±0,35 dB</b>
15 Hz bis 20 kHz			±0,5 dB

## Fazit

Wann und wie gerundet wird kann entscheidend bei der Bewertung und Darstellung von Ergebnissen sein.

