



# Vereinfachte Messunsicherheit im Labor

# Messunsicherheit

praxisgerecht und vereinfacht im Labor

- Mathematik vom Schreibtisch ins Labor
- Ursachen für Messunsicherheit
- Berechnung
  - theoretisch
  - praktisch
- Angabe der Messunsicherheit in Kalibrierscheinen
- Messunsicherheit und Konformität

# Messunsicherheit

## vollständige Lösungen (Schreibtisch)

- **GUM =**  
ISO Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement
- **DAkkS / DKD-3 oder DIN EN 13005**  
Leitfaden zur Angabe der Messunsicherheit in Kalibrierscheinen
- **DKD 2622 – Blatt 2**  
Methoden zur Ermittlung der Messunsicherheit

## Messunsicherheit vom Schreibtisch ins Labor

Was ist Mess(ver)unsicherheit? Mess(un)genauigkeit (Sprachgebrauch)?

Intervall, in dem ein Messwert tatsächlich dem angegebenen Wert entspricht

- absolute Messunsicherheit (mit phys. Einheit) z.B.

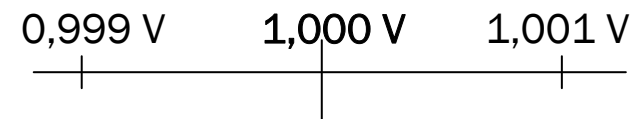
$$U_{\text{abs}}: 1\text{V} \pm 1\text{ mV}$$

- relative Messunsicherheit (ohne Einheit)

$$\begin{aligned} U_{\text{rel}} &= U_{\text{abs}}/\text{Sollwert}^*) \\ &= 1\text{mV} / 1\text{V} = 1\text{ mV/V} \\ &= 1 \cdot 10^{-3} = 0,1\% \end{aligned}$$

- weitere Schreibweisen: ppm, ppb, %, ‰,  $10^{-6}$

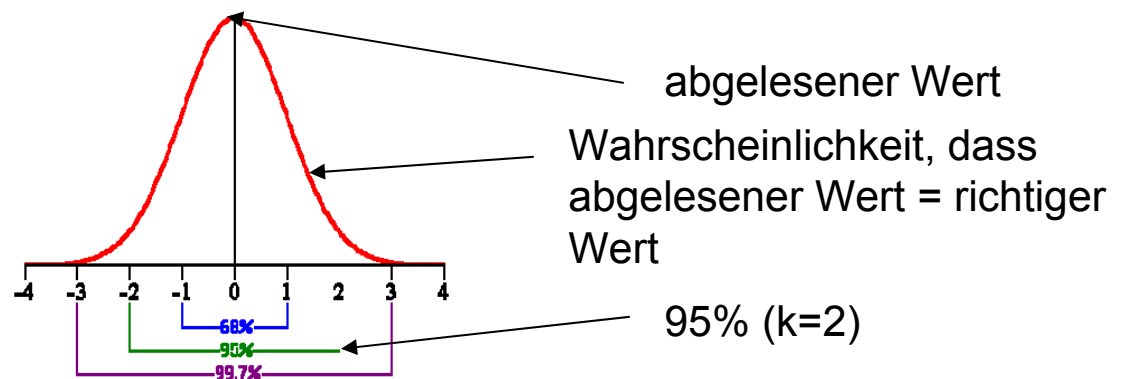
\*) nicht möglich bei Sollwert = 0 [V, A, etc.]



# Messunsicherheit

## mathematische Grundlagen

erweiterte Messunsicherheit = Intervall wird in 95% der Fälle eingehalten



Bespiel:

Messwert: 1,000 V

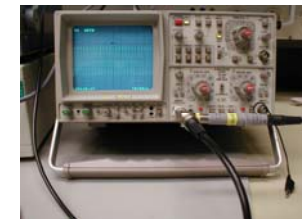
MU:  $\pm 0,001$  V

d.h. mit 95% Wahrscheinlichkeit liegt der richtige Wert zwischen 0,999 V und 1,001 V

# Messunsicherheit

## typische Ursachen

- Beiträge durch das Kalibriernormal
- Beiträge durch das Verfahren
- Beiträge durch den Kalibriergegenstand (Beobachtung am Prüfling)



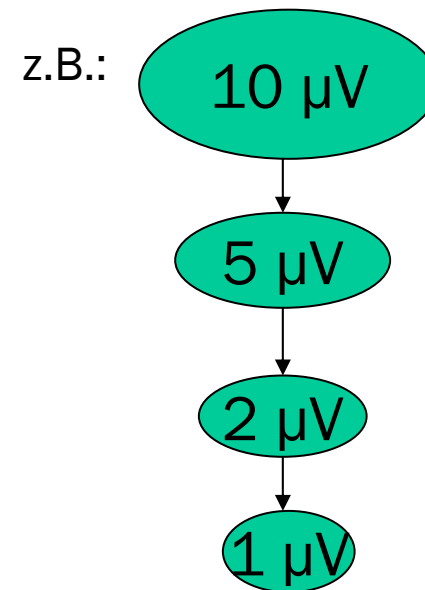

---

**SUMME = Messunsicherheit im Kalibrierschein**  
(Modellgleichung)

# Messunsicherheit

## Beiträge durch das Kalibriernormal

- Herstellerspezifikation
- Vergleichsmessungen
- Historie (Rekalibrierung)
- Kalibrierschein (genauer Wert!)



**Aber:** mit Verringerung der MU steigender Aufwand

# Messunsicherheit

## Beiträge durch das Verfahren

- Thermospannungen
- Leitungswiderstände
- EMV-Einstrahlung
- Feuchte oder Umgebungsbedingungen
- Parasitäre Kapazitäten/ Induktivitäten
- Fehlanpassungen im System

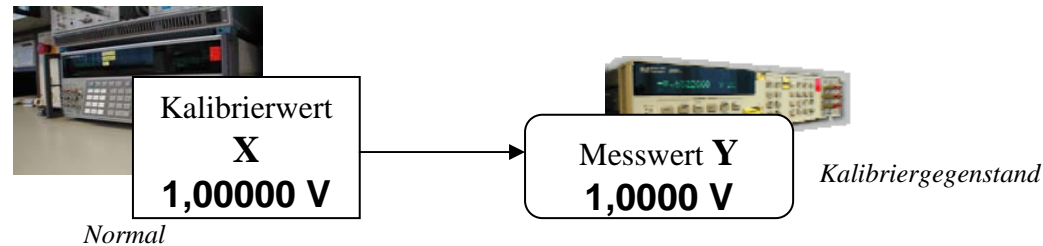


# Messunsicherheit

## Beiträge durch den Kalibriergegenstand

- Auflösung der Anzeige (Digitfehler)
- Ablesefehler (z.B. Zeigerinstrument)
- Kurzzeitstabilität / Reproduktionsfehler
- Anzeigerauschen
- Fehlanpassung
- Hysterese

## Mathematik und Modell



- Modellgleichung:

$$Y - \Delta Y + \delta Y_R = X + \delta X_K + \delta X_t + \delta X_A$$

- Tabellarische Aufstellung mit Gewichtung (abhängig vom angenommenen Wahrscheinlichkeitsintervall)

Größe	Intervall	Verteilung (Gewichtung)	gewichteter Beitrag für 95% Sicherheit
Auflösung $\delta Y_R$	$\pm 0,00005 \text{ V}$	Rechteck	0,000 058 V
Kalibrier-MU $\delta X_K$	$\pm 4 \mu\text{V}$	Normal	4 $\mu\text{V}$
1 Jahr-Drift (max.) $\delta X_t$	$\pm 8 \mu\text{V}$	Rechteck	9,2 $\mu\text{V}$
Verfahren-MU $\delta X_A$	$\pm 1 \mu\text{V}$	Rechteck	1,2 $\mu\text{V}$
Gesamt	$\sqrt{\text{Quadratsumme}} =$		0,000058 V

## Messunsicherheit häufige Gewichtungen

Abweichung	Intervall	Verteilung (Gewichtung)	gewichteter Beitrag für 95% Sicherheit
„gemessene“ Abweichung	$\pm \sigma$	Normal, N	$\pm 2\sigma / \sqrt{N}$
„wahrscheinliche“ Abweichung	$\pm a$	Normal, k	$\pm 2a/k$
„maximal unbekannte“ Abweichung	$\pm b$	Rechteck	$\pm 2b/\sqrt{3}$
„maximal bekannte“ Abweichung	$\pm c$	U-Verteilung	$\pm 2c/\sqrt{2}$
Gesamt		k=2	$\sqrt{\text{Quadratsumme}}$

N = Stichprobenlänge

$\sigma$  = empirische Standardabweichung

# Messunsicherheit

## praktische Bestimmung

- |  |                  |
|--|------------------|
| • Beiträge durch das Kalibriernormal     | 8 $\mu\text{V}$  |
| • Beiträge durch das Verfahren           | 1 $\mu\text{V}$  |
| • Beiträge durch den Kalibriergegenstand | 58 $\mu\text{V}$ |

---

**SUMME = „Worst Case“ Messunsicherheit = 67  $\mu\text{V}$**

(Unsicherheit wird jedoch „verschenkt“)

## Abschätzung

- Beitrag durch das Normal und Verfahren 4x besser als Prüflingsanzeige  $TUR > 4 \Rightarrow$  vernachlässigbar  
z.B. Anzeige 1,00 und Normalspezifikation  $\pm 0,0025$
- Beitrag durch den Kalibriergegenstand aus Messreihe / Beobachtung z.B.

Digitalanzeige:

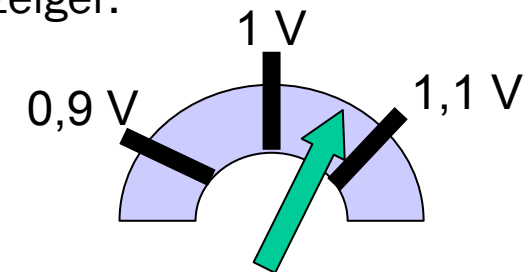
$$\left. \begin{array}{l} 1,001 \text{ V} \\ 1,005 \text{ V} \\ 1,003 \text{ V} \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{array}{l} \varnothing 1,003 \text{ V} \pm 0,002 \text{ V} \\ 0,002 \text{ V} / 1 \text{ V} = 2 \cdot 10^{-3} \end{array}$$

Strahlunschärfe:



$$\Rightarrow \varnothing 5 \text{ SKT} \pm 0,1 \text{ SKT}$$

Analogzeiger:



$$\begin{array}{l} \approx 1,05 \text{ V} \pm 0,05 \text{ V} \\ 0,05 \text{ V} / 1 \text{ V} = 5 \cdot 10^{-2} \end{array}$$

# Messunsicherheit

## „schnelle“ Berechnung

- Akkreditierungstabellen

Messgröße bzw. Kalibriergegenstand	Messbereich	Messbedingungen	Messunsicherheit	Bemerkungen
Gleichspannung	1 V		$1,5 \cdot 10^{-6}$	$U =$ jeweiliger Messwert
	1,018 V		$1,9 \cdot 10^{-6}$	
	10 V		$1,2 \cdot 10^{-6}$	
Kalibrieren von Spannungsmessgeräten	0 V		$12 \cdot 10^{-6}$	
	22 mV bis <220 mV		$11 \cdot 10^{-6} \cdot U + 0,9 \mu\text{V}$	
	220 mV bis 2,2 V		$13 \cdot 10^{-6} \cdot U + 1 \mu\text{V}$	
	>2,2 V bis 11 V		$13 \cdot 10^{-6}$	
	>11 V bis 22 V		$13 \cdot 10^{-6}$	
	>22 V bis 220 V		$14 \cdot 10^{-6} \cdot U + 67 \mu\text{V}$	
>220 V bis 1100 V	$23 \cdot 10^{-6} \cdot U + 0,3 \text{ mV}$			

plus

- Ablesefehler am Kalibriergegenstand (Auflösung)

z.B.  $1,00015 \pm 0,000005 \text{ V}^*)$  gemessen:

$$12 \cdot 10^{-6**})$$

$$\pm 0,000005 \text{ V} \cdot 1,15 / 1 \text{ V} = 6 \cdot 10^{-6}$$

---


$$\sqrt{\text{Quadratesumme}} = \sqrt{(12 \cdot 10^{-6})^2 + (6 \cdot 10^{-6})^2} = 13 \cdot 10^{-6}$$

\*) keine Schwankung/ Rauschen berücksichtigt

\*\*\*)  $11 \cdot 10^{-6} \cdot 1 \text{ V} + 1 \mu\text{V} = 12 \mu\text{V} \rightarrow 12 \mu\text{V} / 1 \text{ V} = 12 \cdot 10^{-6}$

Faktor für 95% Unsicherheit

# Angabe in Kalibrierscheinen

Kalibriernormal  
und Verfahren

z.B. Ablesung

## 6. Messunsicherheiten

Angegeben ist die erweiterte Messunsicherheit, die sich aus der Standardmessunsicherheit durch Multiplikation mit dem Erweiterungsfaktor  $k = 2$  ergibt. Sie wurde gemäß DKD-3 ermittelt und setzt sich zusammen aus den Messunsicherheiten des Kalibrierverfahrens und denen des Kalibriergegenstandes während der Kalibrierung. Ein Anteil für die Langzeitstabilität des Kalibriergegenstandes ist nicht enthalten. Der Wert der Messgröße liegt mit einer Wehrscheinlichkeit von 95% im zugeordneten Wertintervall. Dimensionslose Messunsicherheiten sind Relativwerte bezogen auf den Kalibrierwert.

95% MU

relative Messunsicherheit

- (Rundungs-)Präzision: 2 gültige Stellen

Wechselspannung, Sinus, effektiv

Messbereich	Bedingung	Kalibrierwert	Messwert	Spezifikation	Abweichung	MU	Lage	Bem.
600 mV	50 Hz	540,0 mV	539,8 mV	$\pm 1 \% \pm 3 D$	-0,037 %	0,032 %	4 %	
600 mV	1 kHz	540,0 mV	539,5 mV	$\pm 1 \% \pm 3 D$	0,03 %	0,032 %	4 %	

### Frequenz

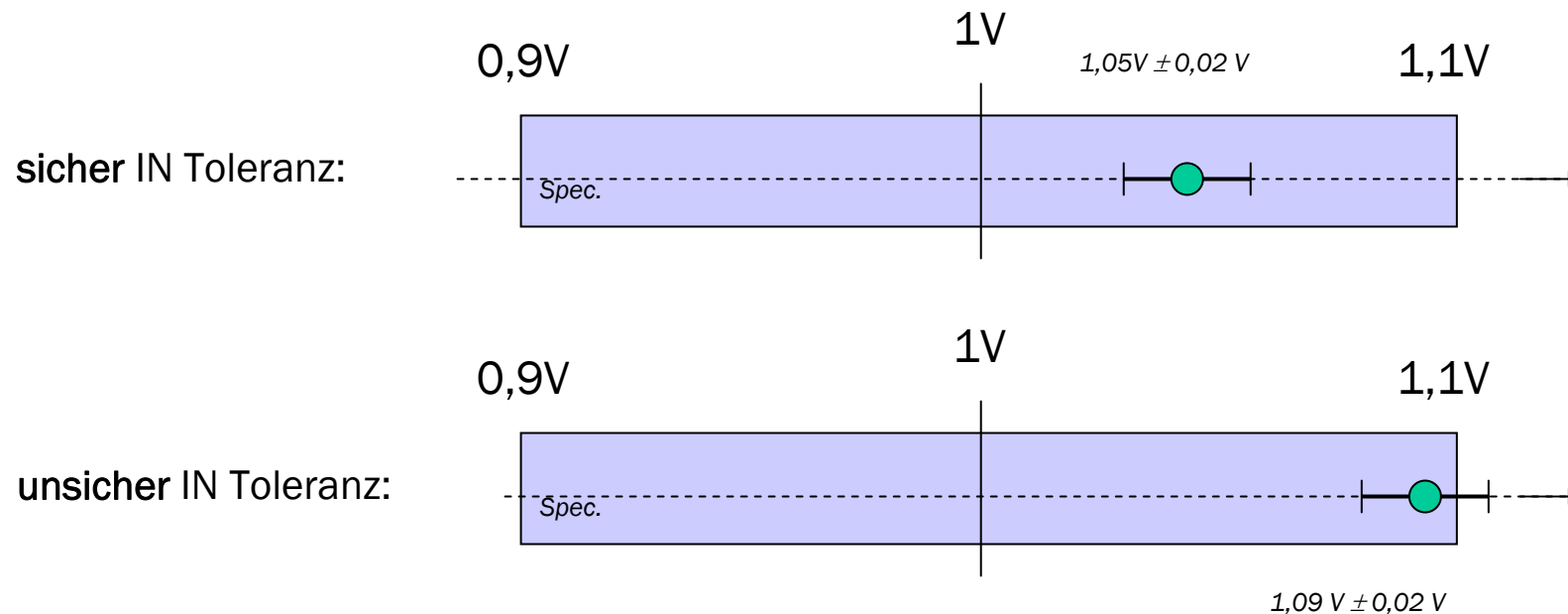
### Frequenzabweichung via Kanal A

Messbereich	Bedingung	Kalibrierwert	Messwert	Spezifikation	Abweichung	MU	Lage	Bem.
10 kHz	10 s	10,00000000 kHz	9,99998839 kHz	$\pm 15 \text{ ppm} \pm 1 D$	$-1,2 \cdot 10^{-6}$	$0,58 \cdot 10^{-9}$	8 %	
1 MHz	10 s	1,000000000 MHz	0,99999884 MHz	$\pm 15 \text{ ppm} \pm 1 D$	$-1,2 \cdot 10^{-6}$	$0,58 \cdot 10^{-9}$	8 %	
10 MHz	0,1 s	10,00000000 MHz	9,99998823 MHz	$\pm 15 \text{ ppm} \pm 1 D$	$-1,2 \cdot 10^{-6}$	$0,58 \cdot 10^{-9}$	8 %	
10 MHz	1 s	10,00000000 MHz	9,99998828 MHz	$\pm 15 \text{ ppm} \pm 1 D$	$-1,2 \cdot 10^{-6}$	$0,58 \cdot 10^{-9}$	8 %	

## Messunsicherheit und Spezifikation

- „unsichere“ Spezifikationsaussagen bei Berücksichtigung von Messunsicherheit sind möglich (Messwert ist Intervall!)

z.B.  $\pm 0,02$  V Messung bei  $\pm 0,1$  V Spezifikation



→ kleiner Einfluss solange MU 4x kleiner als Spezifikation





**Vielen Dank für die Aufmerksamkeit**