

Absolutlängen mittels Mehrwellenlängen-Diodenlaserinterferometrie

Florian Pollinger¹, Karl Meiners-Hagen², Ahmed Abou-Zeid³

1 Einleitung

Die Messung von Längen in der Größenordnung von einigen bis hin zu einigen zehn Metern ist ein scheinbar alltägliches Problem. Verkörperte Längenmaße, also Maßbänder und -stäbe sind im Alltag routinemäßig genutzte Messmittel. Die Genauigkeit solcher Längenmessmittel ist aber offensichtlich beschränkt. Die exaktesten aus der Genauigkeitsklasse I erreichen eine Genauigkeit von $\pm(0,1 + 0,1 L/m)$ mm. Moderne Produktionsprozesse stellen ganz andere Anforderungen: Etwa im Flugzeugbau oder bei der Produktion moderner Windräder müssen Dimensionen von bis zu 100 m mit einer relativen Genauigkeit besser als $1 \cdot 10^{-6}$ vermessen werden. Solche Distanzen werden üblicherweise mit optischen Methoden ermittelt. Klassisch werden dabei zwei verschiedene Verfahren verwendet: Zum einen Laufzeit-basierte Messmethoden, zum anderen zählende Interferometrie. Im ersten Fall wird aus der Laufzeit eines Lichtpulses oder der Phase einer Amplitudenmodulation des Lichts der Abstand berechnet. Die Genauigkeit ist vor allem durch die Zeit- bzw. die Phasenauflösung limitiert, was bei den besten, auf Modulation basierenden Geräten zu einem konstanten Fehler in der Größenordnung 0,1 mm führt. Eine relative Unsicherheit unter $1 \cdot 10^{-5}$ auf den oben genannten Distanzen ist mit dieser Technik also nicht zu erreichen. Wesentlich präzisere Messungen sind mit konventioneller Interferometrie möglich, für die unter gut kontrollierten äußeren Bedingungen auf längeren Strecken routinemäßig Messunsicherheiten unter $1 \cdot 10^{-7}$ erreicht werden. Die zu messende Strecke wird dabei mit einem Reflektor abgefahren und die Änderung des Interferenzsignals ausgelesen. Mit dieser Methode sind unter gut kontrollierten Bedingungen Distanzmessungen mit Nanometerauflösungen möglich. Allerdings erfordert eine solche Messung eine kontinuierliche mechanische Führung. Eine Unterbrechung derselben führt zum sofortigen Verlust der Information über die absolute Länge.

Da eine solche Führung offensichtlich für den flexiblen Einsatz in Werkhallen wenig ge-

eignet und insbesondere für längere Distanzen mit einem hohen Aufwand verbunden ist, sind in den letzten drei Jahrzehnten diverse hochspezialisierte Methoden zur führungsfreien interferometrischen Absolutmessung entwickelt worden (vgl. z. B. Referenzen [1–6]). Obwohl dabei auf längeren Distanzen bis zu 25 m relative Unsicherheiten von bis zu $1 \cdot 10^{-6}$ erreicht worden sind, haben sich diese Methoden nicht in der Anwendung durchsetzen können. Ein wichtiger Grund dafür ist nicht zuletzt deren Komplexität, die den notwendigen Optimierungen und Fehlerkorrekturen geschuldet ist. Anstatt nun die einzelnen Methoden in ihrer Präzision auf die Spitze zu treiben und somit auch den Aufwand zu maximieren, ist man seit kurzem dazu übergegangen, „Hybridlösungen“ zu entwickeln, die aus Kombinationen einzelner Methoden bestehen. Individuelle Nachteile der Einzelmethode können so im Idealfall gegenseitig kompensiert werden. In der PTB ist ein solches Hybridverfahren erfolgreich realisiert und demonstriert worden [7–9]. Es basiert auf zwei Diodenlasern als Lichtquellen, was einen kostengünstigen und relativ kompakten Aufbau ermöglicht. Zwei Messmethoden, die Interferometrie mit variabler und fester synthetischer Wellenlänge, werden in dem Verfahren kombiniert. Der komplementäre Charakter der Einzelmessungen in Bezug auf Eindeutigkeit und Genauigkeit erlaubt es, in der Gesamtmessung bis 20 m absoluter Länge eine Messunsicherheit von deutlich unter $1 \cdot 10^{-6}$ zu erreichen. Im Folgenden werden die zwei Messmethoden genauer vorgestellt und demonstriert, wie die Kombination der Ergebnisse eine hochpräzise Rekonstruktion der absoluten Länge ermöglicht.

2 Interferometrie mit variabler synthetischer Wellenlänge

Einer sich im Raum in z-Richtung ausbreitenden elektromagnetischen Welle kann die Phase $\Phi(z)$ zugeordnet werden. Die Phasenänderung nach der Weglänge L beträgt

$$\Phi(L) = \frac{2\pi}{\lambda_0/2} nL = \frac{4\pi\nu}{c} nL \quad (1)$$

¹ Dr. Florian Pollinger, Leiter der Arbeitsgruppe „Mehrwellenlängeninterferometrie für geodätische Längen“
E-Mail: florian.pollinger@ptb.de

² Dr. Karl Meiners-Hagen, Arbeitsgruppe „Mehrwellenlängeninterferometrie für geodätische Längen“,
E-Mail: karl.meiners-hagen@ptb.de

³ Dr. Ahmed Abou-Zeid, ehem. Leiter des Fachbereichs „Interferometrie an Maßverkörperungen“
E-Mail: ahmed.abou-zeid@ptb.de

wobei λ_0 der Wellenlänge und c der Geschwindigkeit des Lichts im Vakuum, ν seiner Frequenz und n dem Brechungsindex des Mediums bei λ_0 entspricht. Überlagert man nun zwei kohärente Wellenzüge mit der Weglängendifferenz L , so addieren sich die Feldstärken phasenabhängig und man misst eine Intensität I , die über

$$I = I_0 \left[1 + \gamma \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda/2} nL\right) \right] \quad (2)$$

von L abhängt (γ entspricht dem Interferenzkontrast). Auf der Auswertung dieser Grundgleichung beruht jede interferometrische Längenmessung. In ihr ist allerdings auch das Grundproblem dieser Messtechnik manifestiert: In einer einzelnen Messung kann die Phase nur modulo 2π bestimmt werden, Strecken der Länge $L = l_0 + k \times \lambda_0/2$ (mit $0 < l_0 < \lambda_0/2$ und $k = 0, 1, 2, \dots$) sind für eine solche singuläre Messung nicht zu unterscheiden. Daher wird in der klassischen zählenden Interferometrie die Strecke L mit einem Reflektor überstrichen und dabei die Phasenänderung Φ kontinuierlich gemessen und mitgezählt.

Hält man nun die gesuchte Weglänge L_x konstant und variiert stattdessen die Frequenz ν des verwendeten Lichts, so ändert sich nach

$$\Delta\Phi(\Delta\nu) = \frac{4\pi n}{c} L_x \Delta\nu \quad (3)$$

die Phase Φ linear mit der Frequenzänderung $\Delta\nu$. Die Länge ergibt sich in einer solchen Messung aus dem Proportionalitätsfaktor zwischen Phasenänderung $\Delta\Phi_i$ und Frequenzänderung $\Delta\nu$, wenn der Brechungsindex n mit unabhängigen Methoden (vgl. [10]) bestimmt wird. Die Längenmessung ist damit auf eine Messung der Frequenzänderung zurückgeführt. In der Praxis hat es sich jedoch bewährt, den Frequenzshift $\Delta\nu$ nicht direkt (z. B. über ein Fabry-Perot-Interferometer) zu messen. Misst man parallel zur unbekanntem Strecke L_x die bekannte Länge L_{ref} eines kalibrierten Referenzinterferometers nach derselben Methode, so erhält man aus Gleichung (3)

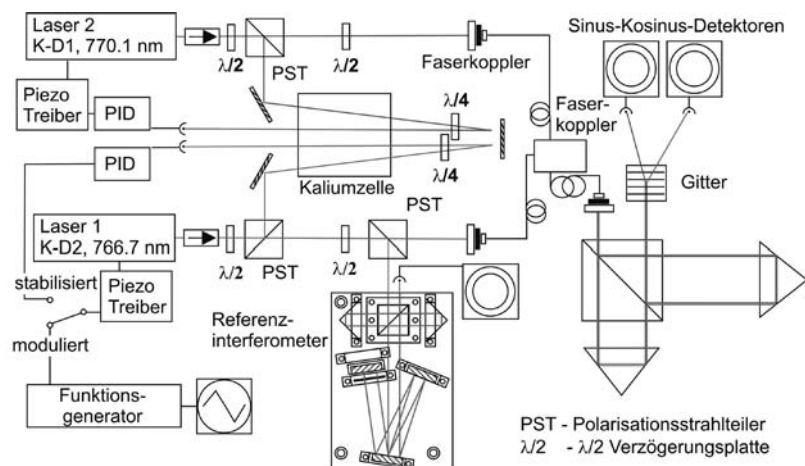
$$\Delta\Phi(\Delta\nu) = \frac{n_x}{n_{ref}} \frac{L_x}{L_{ref}} \Delta\Phi_{ref}(\Delta\nu) \quad (4)$$

einen leicht auswertbaren linearen Zusammenhang. Sind Referenz- und Messinterferometer nahe aneinander aufgebaut, kann zudem davon ausgegangen werden, dass die Brechzahl in den unterschiedlichen Interferometern nicht stark variiert. In diesem Falle ist die gesuchte Länge aus einer linearen Regression mit einer soliden statistischen Basis aus den gemessenen Datenpaaren $(\Delta\Phi(\Delta\nu), \Delta\Phi_{ref}(\Delta\nu))$ gut bestimmbar. Der Nachteil dieser Messmethode ist allerdings die Tatsache, dass sie extrem sensitiv auf kleinste Längenänderungen reagiert. Vibrationen und thermische Driften im Aufbau skalieren mit dem Verhältnis von absoluter Frequenz ν zur Frequenzänderung $\Delta\nu$, was einem Faktor von 1000 bis 10 000 entspricht. Da dies die Messgenauigkeit der Methode stark beeinträchtigt, werden in dem von der PTB entwickelten Verfahren solche Längenänderungen von einigen Nanometern mit einem zweiten, klassisch zählenden Interferometer simultan gemessen und korrigiert.

Realisiert ist dieses Messprinzip im Absolutinterferometer der PTB mit zwei Diodenlasern mit externem Resonator als Quellen. Der Aufbau ist in Bild 1 wiedergegeben. Laser 1 wird bei 766,7 nm betrieben, und kann etwa 80 GHz modensprungfrei durchgestimmt werden. Der zweite Diodenlaser wird bei 770,1 nm betrieben. Er ist permanent auf einen Hyperfeinstrukturübergang der Kalium D1-Linie stabilisiert und wird für das zählende Interferometer verwendet. Beide Laser werden in das Messinterferometer über Glasfasern eingekoppelt und am Interferometerausgang über ein Gitterspektrometer wieder getrennt. Referenz- und Messinterferometer selbst sind in Michelsonbauart mit homodyner Datenerfassung realisiert, die Phase wird mit kommerziellen Sinus-Kosinus-Detektoren rekonstruiert und über eine schnelle AD-Karte in einen Messrechner eingelesen.

Eine Längenmessung in Meterschritten bis 20 m mit der variablen synthetischen Wellenlänge ist in Bild 2 aufgeführt. Sie wurde auf der geodätischen Basis der PTB [11] gegen ein konventionelles HeNe-Referenzinterferometer verglichen. An jedem Punkt wurde zehn Sekunden lang gemessen, was achtzig unabhängigen Einzelmessungen entspricht. Der Median dieser achtzig Messungen ergibt den in Bild 2 angegebenen Messwert. Um die Streuung der Messwerte visualisieren zu können, wurden aus den Rohdaten gleitende Unterdatensätze von sechs Sekunden Messzeit gebildet. Die Streuung dieser (nicht unabhängigen) Unterdatensätze nimmt mit der Gesamtlänge zu. Dies ist in der Art der Datenerfassung begründet und limitiert ultimativ die Reichweite des Interferometers [9].

Bild 1: Schematischer Messaufbau des PTB-Absolutinterferometers. Laser 1 kann sowohl moduliert (für Interferometrie mit variabler synthetischer Wellenlänge) als auch stabilisiert (für Interferometrie mit fester synthetischer Wellenlänge) betrieben werden



Aber auch unter 20 m mit Mittelungszeiten bis zu zehn Sekunden weichen die Messwerte von den Referenzwerten um einige bis einige zehn Mikrometer von der Referenzmessung ab. Für sich genommen erreicht dieses Absolutinterferometer also trotz Vibrations- und Driftkorrektur nur unbefriedigende relative Genauigkeiten in der Größenordnung von $3 \cdot 10^{-6}$.

3 Interferometrie mit fester synthetischer Wellenlänge

Jedoch auch die bisher aufwendigste Realisation eines solchen Messprinzips basierend auf der variablen synthetischen Wellenlänge von Kinder und Salewski [5] konnte die relative Messunsicherheit nicht unter $1 \cdot 10^{-6}$ reduzieren. Um die Messunsicherheit der Längenmessung signifikant zu verbessern, wird beim PTB-Interferometer eine zweite, komplementäre Messung durchgeführt. Dafür wird Laser 1 auf eine Hyperfeinstrukturlinie des Kalium D2 Überganges stabilisiert und von den nun wohldefinierten Wellenlängen λ_1 und λ_2 die interferometrischen Phasen Φ_1 und Φ_2 gemessen. Die Differenz Φ_{synth} dieser beiden Phasen,

$$\Phi_{synth} = \Phi_2 - \Phi_1 = \left(\frac{2\pi n_g}{\lambda_2/2} - \frac{2\pi n_g}{\lambda_1/2} \right) L \quad (5)$$

entspricht formal über

$$\Phi_{synth} = \frac{2\pi n_g}{\Lambda/2} L \quad (6)$$

einer „synthetischen Wellenlänge“ Λ mit

$$\Lambda = \frac{\lambda_1 \lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1} \quad (7)$$

wobei n_g dem refraktiven Index eines aus λ_1 und λ_2 bestehenden Wellenpaketes entspricht:

$$n_g = n_1 - \frac{n_1 - n_2}{\lambda_1 - \lambda_2} \lambda_1 \quad (8)$$

Bei den hier verwendeten Wellenlängen der Kaliumabsorptionslinien ergibt sich somit eine synthetische Wellenlänge Λ von etwa $174 \mu\text{m}$. Der Eindeutigkeitsbereich dieser Messung liegt also bei $\Lambda/2 = 87 \mu\text{m}$. Auf dieser Längenskala kann nun eine deutlich kleinere Messunsicherheit von [9]

$$U(L) = \sqrt{(0,53 \mu\text{m})^2 + (0,51 \mu\text{m/m})^2 L^2} \quad (9)$$

erreicht werden. Außer der Stabilisierung des Diodenlasers 1 sind keine weiteren Modifikationen am Aufbau für diese Messung notwendig. Beide Messungen können folglich in ein- und demselben Aufbau durchgeführt werden.

Eine exemplarische Messung bis 20 m ist in Bild 3 wiedergegeben. In jedem Punkt wurde über 10 000 Einzelmessungen der synthetischen

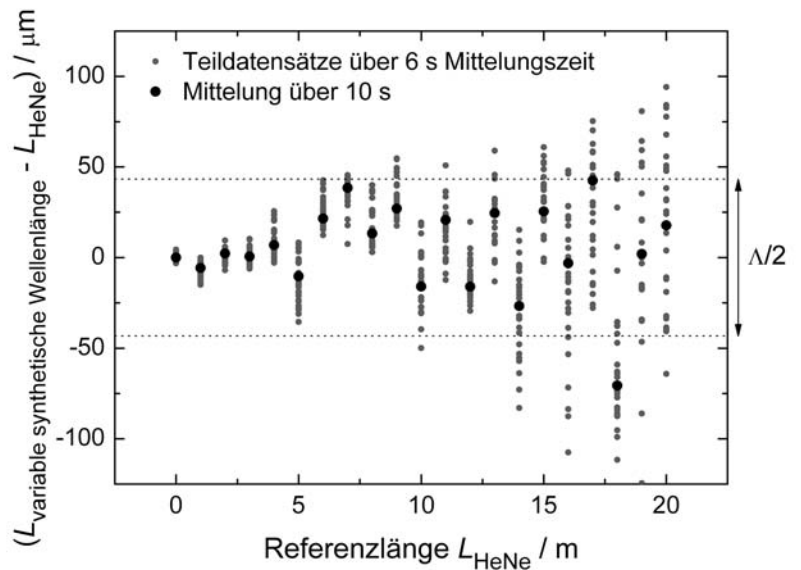


Bild 2: Vergleich der mit variabler synthetischer Wellenlänge ermittelten Länge gegen das PTB HeNe-Referenzinterferometer

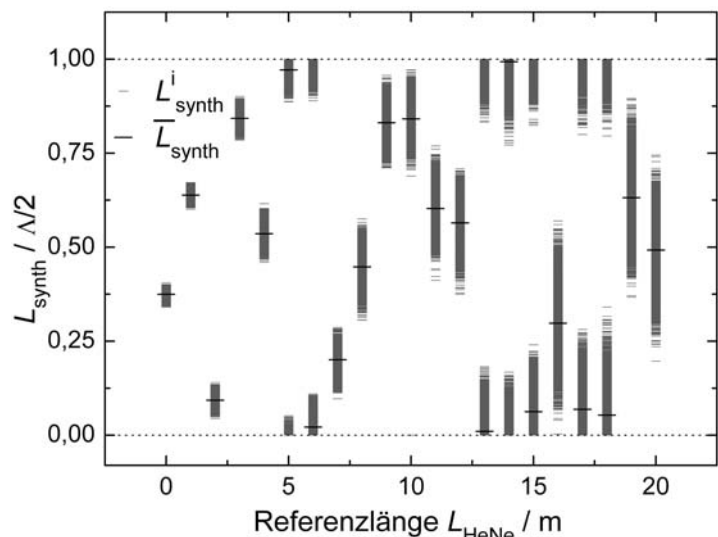


Bild 3: Synthetische Längen L_{synth} an zwanzig Messpunkten bis 20 m Gesamtlänge. Die gemessenen Phasenwerte sind für die Darstellung in die korrespondierende „synthetischen Längen“ umgerechnet worden (vgl. Gleichung (10)). An jedem Punkt wurden 10 000 Einzelmessungen L_{synth}^i durchgeführt und daraus der Mittelwert \bar{L}_{synth} gebildet.

Phase gemittelt. Aufgrund des limitierten Eindeutigkeitsbereiches ist die ermittelte „synthetische Länge“ L_{synth} definiert als

$$L_{synth} = \frac{\Phi_{synth}}{2\pi n_g} \frac{\Lambda}{2} \quad (10)$$

in $\Lambda/2$ periodisch. Die Messunsicherheit dieser Methode nimmt nach Gleichung (9) mit der absoluten Länge signifikant zu, was sich in der größeren Streuung der Messwerte in Bild 3 widerspiegelt.

4 Kombination der Einzelmessungen

Um nun zu einem Gesamtergebnis zu kommen, das sowohl präzise als auch eindeutig ist, werden die beiden Messergebnisse kombiniert. Dafür wird die Länge L der Gesamtstrecke ausgedrückt als Linearkombination aus dem ganzzahligen Vielfachen N ($N = 0, 1, 2, \dots$) der halben synthetischen Wellenlänge $\Lambda/2$ und des verbleibenden Bruchteiles f ($0 \leq f < 1$) der Gesamtstrecke:

$$L = N \frac{\Lambda}{2} + f \frac{\Lambda}{2} \quad (11)$$

Die Ordnung N wird aus den Ergebnissen beider Teilmessungen bestimmt. „Perfekte“, also rauschfreie Messdaten L der variablen synthetischen Messmethode könnten auf N abgebildet werden über

$$N = \text{floor}\left(\frac{L_x}{\Lambda/2}\right) \quad (12)$$

wobei die $\text{floor}(x)$ -Funktion so definiert ist, dass sie die größte ganze Zahl z liefert, für die die Bedingung $z \leq x$ erfüllt ist. Dieser denkbar einfachste Algorithmus ist aber für reale Daten nicht stabil. Die Punkte im Intervall $[N\Lambda/2, (N+1)\Lambda/2]$ sind nicht äquivalent. Insbesondere an den Intervallgrenzen kann kleinstes Rauschen auf den Daten an den Grenzen zu einer falschen Identifikation der Ordnung führen. Um trotz Streuung der Daten verlässlich die korrekte Ordnung aus den Messdaten zu extrahieren, müssen diese

weiterverarbeitet werden. Das Verfahren ist in Bild 4 graphisch mit simulierten Daten skizziert. In einem ersten Schritt wird zunächst der Anstieg der Datenpunkte innerhalb eines Intervalls entfernt. Dafür wird der mit der komplementären Methode bestimmte Längenteil f ,

$$f = \frac{\Phi_{\text{synth}}}{2\pi n_g} \quad (13)$$

vom Ergebnis der Absolutmessung abgezogen. Alle Messpunkte im Intervall $[N\Lambda/2, (N+1)\Lambda/2]$ sind nun formal auf den Punkt $N\Lambda/2$ abgebildet, sind also äquivalent. Durch Addition von $\Lambda/4$ werden diese Punkte nun auf den Punkt $(N+0,5)\Lambda/2$ in der Mitte des Intervalls $[N\Lambda/2, (N+1)\Lambda/2]$ verschoben (vgl. Bild 4b). Damit wird erreicht, dass für jede Abweichung der Daten kleiner als $\Lambda/4$ die floor -Funktion die korrekte Ordnung liefert. Analytisch ergibt sich diese deutlich stabilere Variante des Algorithmus (12) zu

$$N = \text{floor}\left(\frac{L_{\text{ADI}}}{\Lambda/2} - \frac{\Delta\Phi_{\text{synth}}}{2\pi n_g} + \frac{1}{2}\right) \quad (14)$$

Die Anwendung auf die simulierten Daten ist in Bild 4c dargestellt. Ist die Streuung der Daten also kleiner als $\Lambda/4$, so liefert diese Auswertung die korrekte, fehlerfreie Ordnung N . Dieses Ergebnis kann nun mit dem sehr viel genaueren Ergebnis f der Messung mit der festen synthetischen Wellenlänge nach Gleichung (11) ergänzt werden. Der Fehler dieser rekonstruierten Gesamtlänge wird bei korrekt bestimmtem N allein durch die hochpräzise Zweifarbenmessung

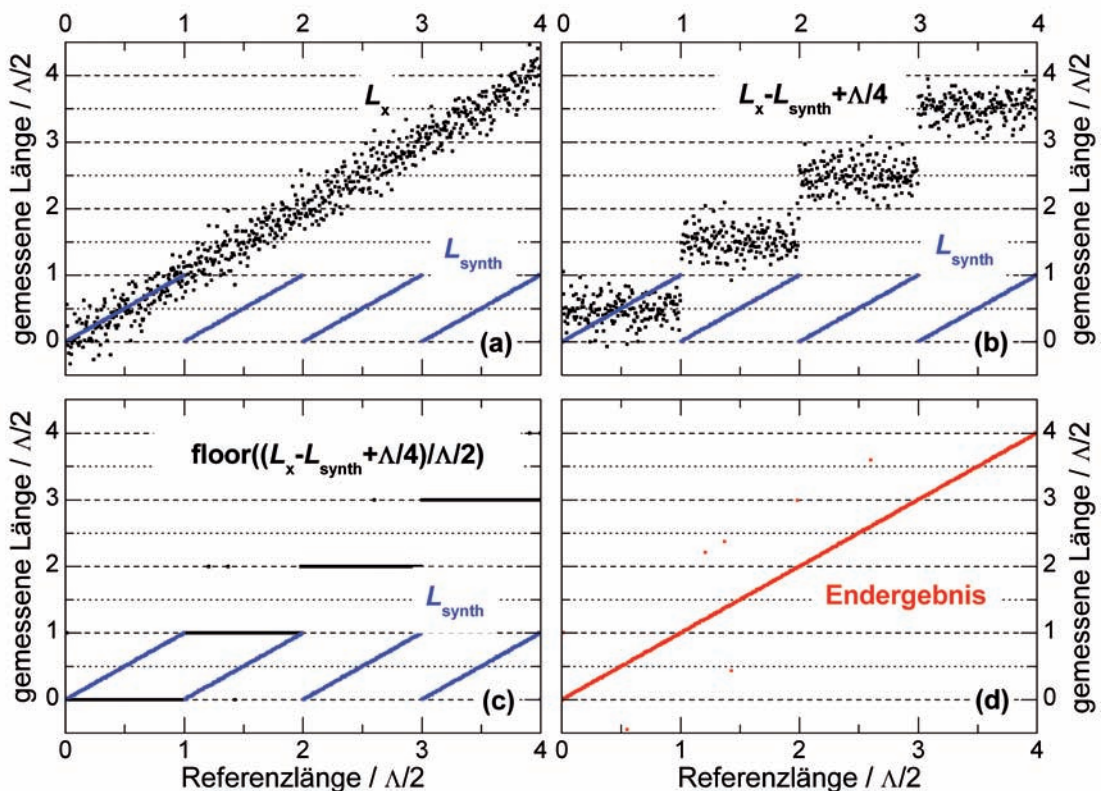


Bild 4: Extraktion der absoluten Länge aus den (hier simulierten) Ergebnissen beider Teilmessungen

bestimmt. Der Anspruch an die Absolutlängenmessung ist also nur, dass sie die Länge genauer als $\Lambda/4$ bestimmt, was im Falle des PTB-Interferometers einer Genauigkeit von ungefähr $43,5 \mu\text{m}$ entspricht. Diese zulässige Fehlergrenze ist in Bild 2 gestrichelt eingetragen.

Die Testmessungen auf der geodätischen Basis der PTB bestätigen, dass sich dieses Hybridmessprinzip auch in der Praxis mit der entsprechenden Genauigkeit umsetzen lässt. In Bild 5 sind Daten verschiedener exemplarischer Messungen bis 20 m zusammengefasst. Die Abweichung der Daten vom HeNe-Referenzinterferometer stimmt sehr gut mit der in Gleichung (9) angegebenen Messunsicherheit überein.

5 Zusammenfassung

Die Ergebnisse zeigen, dass es durch die Kombination der zwei Einzeltechniken in der Tat möglich ist, eine absolute Längenmessung mit einer Messunsicherheit kleiner als $6 \cdot 10^{-7}$ bis 20 m Länge durchzuführen. Die benötigten optischen Komponenten können in beiden Techniken verwendet werden, was den Aufwand für den optischen Aufbau minimiert. Mit der hier realisierten Hybridtechnik ist es also möglich, die Nachteile der Einzelmethoden, mangelnde Präzision bzw. überbordende Komplexität, die einer praktischen Anwendung bisher im Wege standen, zu überwinden. An der weiteren Vergrößerung der Reichweite bei gleichzeitiger Verbesserung der Auflösung wird derzeit gearbeitet.

6 Danksagung

Die Autoren bedanken sich bei der Deutschen Forschungsgemeinschaft (DFG) für die finanzielle Förderung des Vorhabens unter dem Vertrag ME2691/1-2. Weiterhin soll Martin Wedde für seine Unterstützung bei den elektronischen Aufbauten gedankt werden.

7 Literatur

- [1] G. L. Bourdet, A. G. Orszag: Absolute distance measurements by CO_2 laser multiwavelength interferometry. *Applied Optics* **18** (1979), p. 587
- [2] H. Kikuta, K. Iwata, R. Nagata: Distance measurement by the wavelength shift of laser diode light. *Applied Optics* **25** (1986), p. 2976
- [3] R. Dändliker, R. Thalmann, D. Prongué: Two-wavelength laser interferometry using superheterodyne detection. *Optics Letters* **13** (1988), p. 339
- [4] J. A. Stone, A. Stejskal, L. Howard: Absolute interferometry with a 670 nm external cavity diode laser. *Applied Optics* **38** (1999), p. 6981
- [5] Th. Kinder, K. D. Salewski: Absolute distance interferometer with grating-stabilized tunable diode laser at 633 nm. *Journal of Optics A* **4** (2002), p. S364

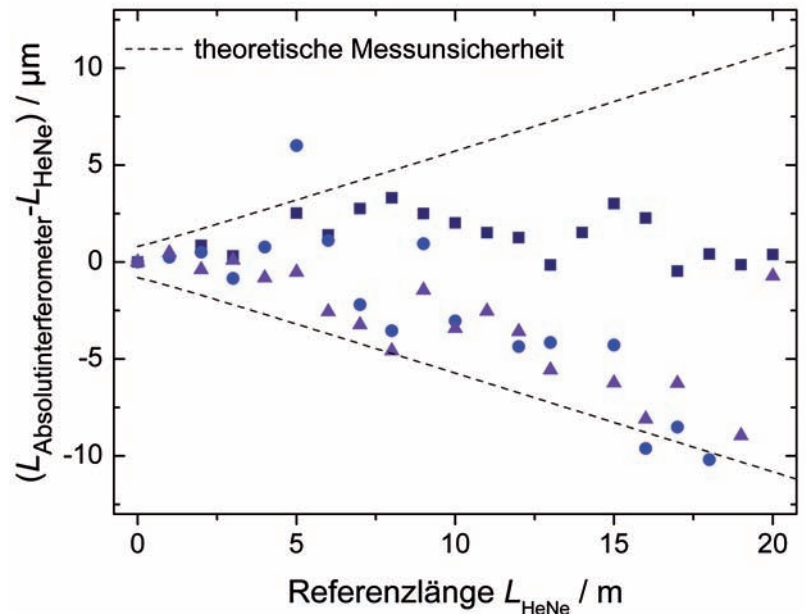


Bild 5: Abweichung der Referenzlänge von dem mit der Hybridmethode ermittelten Endwert

- [6] H. J. Yang, J. Deibel, S. Nyberg, K. Riles: High-precision absolute distance and vibration measurement with frequency-scanned interferometry. *Applied Optics* **44** (2005), p. 3937
- [7] L. Hartmann, K. Meiners-Hagen, A. Abou-Zeid: An absolute distance interferometer with two external cavity diode lasers. *Measurement Science and Technology* **19** (2008), p. 045307
- [8] K. Meiners-Hagen, R. Schödel, F. Pollinger, A. Abou-Zeid: Multi-Wavelength Interferometry for Length Measurements Using Diode Lasers. *Measurement Science Review* **9** (2009), p. 16
- [9] F. Pollinger, K. Meiners-Hagen, M. Wedde, A. Abou-Zeid: Diode-laser-based high-precision absolute distance interferometer of 20 m range. *Applied Optics* **48** (2009), p. 6188
- [10] K. Meiners-Hagen, F. Pollinger, A. Abou-Zeid: Brechzahlkompensation mittels Mehrwellenlängen-Interferometrie. *PTB-Mitteilungen* **120** (2010), S. 110
- [11] M. Wedde, K. Meiners-Hagen, A. Abou-Zeid: Interferometrische Kalibrierung von Strichmaßen, Laserinterferometern, und Entfernungsmessgeräten: Die Geodätische Basis der PTB. *PTB-Mitteilungen* **120** (2010), S. 115