

# Richtiges Runden von Messergebnissen und Messunsicherheiten

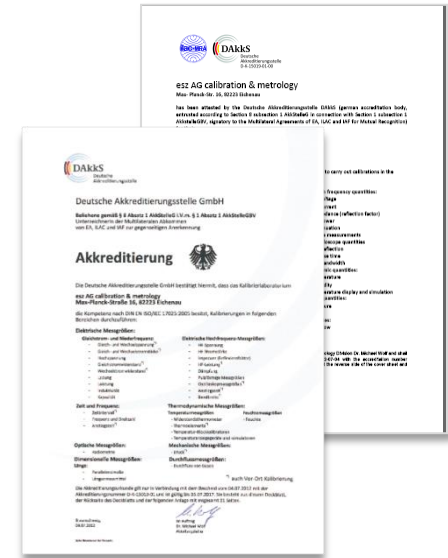
# Richtiges Runden von Messergebnissen und Messunsicherheiten

- Einleitung
- Wieso runden?
- Rundung des Messwertes
  - DIN 1333
  - ISO 80000-1:2012 (ersetzt ISO 31-0:1992)
- Rundung der Messunsicherheitsbilanz
- Gerundete Messunsicherheit
  - DIN 1333
  - DAkkS-DKD-3 in Kalibrierscheinen
  - Relative Messunsicherheitsangaben
- Rundung und Konformitätsaussagen

# Vorstellung esz AG

## esz AG calibration & metrology

- gegründet 1976
- ca. 130 Mitarbeiter an 5 Standorten
- akkreditiert seit 1997
- herstellerunabhängig
- Abdeckung von ca. 95 % aller Messgrößen
- Leistungen:
  - Kalibrierung
  - Vor-Ort Kalibrierung
  - Software
  - Service:
    - Instandsetzung / Reparatur
    - Lieferdienst



## Dipl.-Ing. Univ. Philip M. Fleischmann:

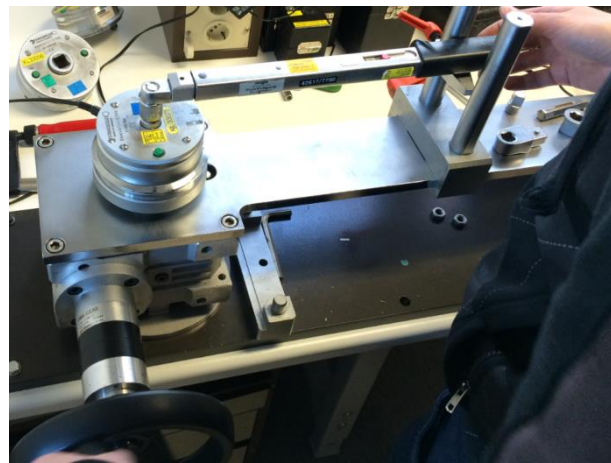
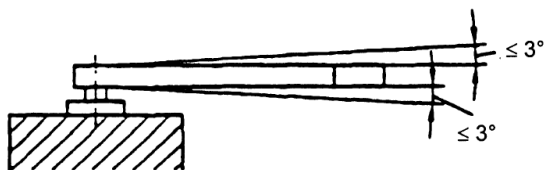
- Vorstand und DAkkS Laborleitung
- Vorsitz des DKD Fachausschuss Messunsicherheit
- stv. Vorsitz im DKD FA Hochfrequenz

## Wieso Zahlen runden?

### Messbeispiel

Ein auslösender 100 N·m Drehmomentschlüssel soll nach DIN EN ISO 6789 in horizontaler Stellung kalibriert werden.

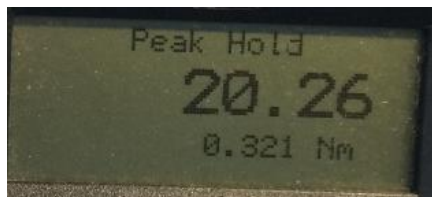
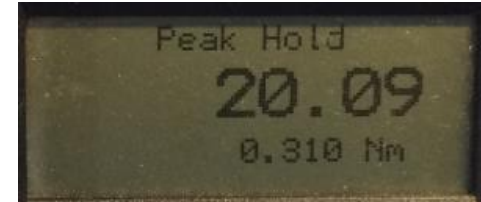
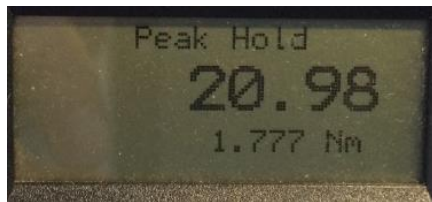
Zusätzlich zu den Einzelwerten der Messreihe soll der Mittelwert dokumentiert werden.



## Wieso runden?

### Messreihe

Nach 5maligem Vorbelasten mit dem Nenndrehmoment von 100 N·m wird die Messreihe bei 20 % des Nennwertes (20 N·m) begonnen und in der Mitte des Handgriffs die Betätigungskraft aufbracht. Das Auslösemoment wird über die *Peak-Hold*-Funktion des Normals aufgezeichnet. Die Messung wird mindestens 5-mal hintereinander wiederholt:



## Wieso Zahlen runden?

Welcher Mittelwert wird aufgeschrieben?

	abgelesener Messwert
Messung 1	20,98 N·m
Messung 2	20,16 N·m
Messung 3	20,09 N·m
Messung 4	20,26 N·m
Messung 5	20,22 N·m
Messung 6	20,25 N·m
Mittelwert $\bar{\phantom{x}}$	20,3266777777777 N · m
<b>gerundet</b>	<b>20,33 N·m</b>

Zweck einer Rundung kann es sein Platz für die Darstellung zu sparen (z.B. Gleitkommazahlen)

## Rundungsabweichung



Runden verändert den Wert der genauen Zahl.  
Informationen gehen verloren.



Jede Rundung führt also zwangsläufig zu einer Differenz zwischen gerundetem und genauem Wert („Rundefehler“, „Rundungsdifferenz“)

$$\begin{aligned}\Delta\text{Rundung} &= 20,33 \text{ N} \cdot \text{m} - 20,3266777777\bar{7} \text{ N} \cdot \text{m} \\ &= 0,0033 \text{ N} \cdot \text{m} \hat{=} 0,016 \%\end{aligned}$$

Die Rundungsabweichung ist dabei abhängig von der Rundestelle. Sie liegt gleichverteilt zwischen  $\pm$  der Hälfte der Rundestelle.

Kommastellen	0	1	2	3	4
Rundestelle	1	0,1	0,01	0,001	0,0001
$\Delta\text{Rundung}$ in N·m	-0,33	-0,027	0,0033	0,00033	0,000033
<b>relativ</b>	<b>-1,6%</b>	<b>-0,13%</b>	<b>0,016%</b>	<b>0,0016%</b>	<b>0,00016%</b>

## Weiterer Informationsverlust bei der Rundung

**Beispiel:** Eine Waage der Auflösung  $1 \mu\text{g}$  wird über Jahre immer mit demselben  $1 \text{ kg}$  Kontrollgewicht kalibriert und überprüft. Der absolute Wert des Kontrollgewichtes ist auf  $1 \text{ mg}$  bekannt und wird als Rundestelle gewählt. Die Stabilität des Gewichtes ist  $\ll 1 \mu\text{g}$  bestimmt worden.

	abgelesener Messwert	gerundeter Messwert
Jahr 1	1,005 010 kg	1,005 kg
Jahr 2	1,005 020 kg	1,005 kg
Jahr 3	1,005 030 kg	1,005 kg
Jahr 4	1,005 040 kg	1,005 kg
Jahr 5	1,005 050 kg	1,005 kg
Drift	$10 \mu\text{g}$ pro Jahr	$?? \mu\text{g}$ pro Jahr

Selbst wenn Stellen keine absolute Information tragen können durch deren Rundung relative Bezüge verloren gehen.

Rohdaten vor Rundung unbedingt abspeichern!



## Rundung von Messergebnissen

- Die Rundung von Messergebnissen wird in DIN 1333 oder DAkkS-DKD-3 beschrieben
- In beiden Fällen wird die **Rundestelle anhand der Messunsicherheit** festgelegt
- Eine (falsche) Rundestelle soll nämlich keine kleinere als die wirklich vorhandene Unsicherheit vortäuschen

$$20,32667777 \text{ N} \cdot \text{m} \pm 0,16 \text{ N} \cdot \text{m}$$

$$\text{d.h. } 20,32\text{xxxxxx} \text{ N} \cdot \text{m} \quad \times$$

Hochauflösende Stellen tragen keine Information mehr, wenn die Messunsicherheit sie bereits „übersteuert“! Ergebnis und Messunsicherheit sollen daher dieselbe Rundestelle haben:

$$20,33 \text{ N} \cdot \text{m} \pm 0,16 \text{ N} \cdot \text{m} \quad \checkmark$$

- Die Durchführung der Rundung wird auch in ISO 80000-1:2012 beschrieben

# DIN 1333

DIN 1333 legt den Ablauf zur Rundung wie folgt fest:

- Festlegung der Rundestelle anhand der Messunsicherheit
- Kein Auffüllen mit Nullen bei Messergebnissen (Kommastellung nicht weiter rechts als uN-mittelbar rechts neben der Rundestelle!)

wenn Rundestelle z.B. auf 100 N

1133 N gerundet 1100 N ✘  
 1133 N gerundet 1,1 kN ✔

Es ist sonst nicht erkennbar, ob die Nullen des Messergebnisses Information tragen!

- Auswahl der Runderegel („Runden“, „Abrunden, oder „Aufrunden“)
- Anwendung der ausgewählten Runderegel

DK 511.135 : 003.62		DEUTSCHE NORM		Februar 1992	
Zahlenangaben			<b>DIN</b> 1333		
Presentation of numerical data			Ersatz für DIN 1333 T 1/02.72 und DIN 1333 T 2/02.72		
<b>Inhalt</b>					
	Seite		Seite		Seite
1	Anwendungsbereich und Zweck	1	5.4	Schreibweisen mit Angabe der relativen Grenzabweichungen	9
2	Übersicht über die Schreibweisen und Begriffe	2	6	Ergebniswerte mit Unsicherheit	10
2.1	Verschiedene Zahlschreibweisen im Zehnersystem	2	6.1	Ermittlung der Rundestelle in der Ergebniszahl bei bekannter Unsicherheit $u$	10
2.2	Besondere Zahlschreibweisen	3	6.2	Schreibweisen mit Angabe der Unsicherheit $u$	10
2.3	Zahlen aus nichtdezimalen Stellenwertsystemen	3	6.3	Schreibweisen ohne Angabe der Unsicherheit	10
2.4	Zahlen aus gemischten Systemen	3	7	Konventionell richtiger Wert	11
3	Arten von Zahlschreibweisen im Zehnersystem	4	8	Namen und Ziffern für Zahlschreibweisen zur Basis $b$	11
3.1	Positive Zahlen	4	9	Zahlschreibweise zur Basis $b$ mit Ziffern	12
3.2	Negative Zahlen	7	9.1	Vollständige Angabe	12
3.3	Doppelzeichen zur Angabe von Paaren von Zahlen und Termen	7	9.2	Angabe der dienlichen Ziffern	13
4	Runden	8	10	Mathematische Definitionen	13
4.1	Rundverfahren	8	10.1	Allgemeine Stellenwertdarstellungen zur Basis $b$	13
4.2	Festlegen der Rundestelle	8	10.2	Begriffe zu gerundeten Zahlen und vorgegebenen Formaten	16
4.3	Kommastellung	8		<b>Anmerkungen</b>	18
4.4	Auswahl der Runderegeln	8		Zitierte Normen und andere Unterlagen	19
4.5	Runderegeln	8		Frühere Ausgaben	19
5	Vorgabewerte (Sollwerte, Grenzwerte, Toleranzen)	9		Änderungen	19
5.1	Allgemeines	9		Schreibweisen mit Angabe der Grenzabweichungen	19
5.2	Sollwerte	9			20
5.3	Schreibweisen mit Angabe der Grenzabweichungen	9			
1	<b>Anwendungsbereich und Zweck</b>	Abschnitten 3 bis 7 behandelt. Andere Darstellungssysteme (mit den Basen 2, 8 bzw. 16) spielen in der Informatik eine Rolle. Beliebige Basen werden in der Mathematik zur Gewinnung allgemeiner Einsichten betrachtet. Die Schreibweisen zur Basis $b$ werden systematisch mit dem Präfix $b_5$ gekennzeichnet und in den Abschnitten 8 und 9 behandelt.			
In dieser Norm wird festgelegt, wie Zahlen im täglichen Leben, in Wirtschaft, Technik und Wissenschaft geschrieben werden sollen. Dabei werden auch über die näherungsweise Angabe von Zahlen Festlegungen getroffen, wie sie beim Runden und Messen erforderlich sind. Ferner wird die Art der Angabe von Toleranzen festgelegt. Schreibweisen im Zehnersystem, die in fast allen Bereichen die üblichen und einzig auftretenden Darstellungen sind und die nicht besonders als „zum Zehnersystem gehörig“ gekennzeichnet werden, werden in den					
Fortsetzung Seite 2 bis 20					
Normenausschuß Einheiten und Formelgrößen (AEF) im DIN Deutsches Institut für Normung e.V. Normenausschuß Qualitätssicherung und angewandte Statistik (AQS) im DIN					

# Festlegung der Rundestelle des Messwertes

## DIN 1333

- Die Messunsicherheit  $U$  bestimmt diejenige Stelle eines dezimal vielziffrig gewonnenen Ergebnisses (z.B. einer Gleitkommazahl maximaler Rechenpräzision), an der dieses gerundet werden muss.
- Rundestelle = erste von 0 verschiedene Ziffer  $z$  von  $U$  wenn  $z$  zwischen 3 und 9, sonst eine Stelle rechts daneben (wenn  $z = 1$  oder  $z = 2$ )

Beispiele aus DIN 1333:

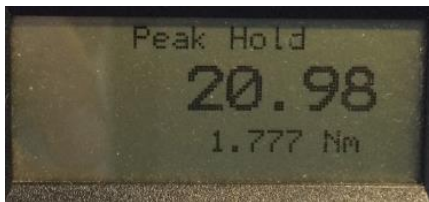
Messwert	8,579617	Messwert	8,579617
Unsicherheit $U$	0,00383	Unsicherheit $U$	0,00163
1. Ziffer von links $\neq 0$ ist die 3		1. Ziffer von links $\neq 0$ ist die 1	
$\Rightarrow$ Rundestelle	0,001	$\Rightarrow$ Rundestelle	0,0001
gerundeter Messwert	8,580	gerundeter Messwert	8,5796

# Festlegung der Rundestelle des Messwertes

## DIN 1333 - Beispiel

### Beispiel Drehmoment:

Die Unsicherheit des Verfahrens mit der Drehmomentkalibriereinrichtung wurde zu 0,8 % vom Messwert bestimmt.



- $U = 0,8\% \cdot 20,98 \text{ N}\cdot\text{m} = 0,16784 \text{ N}\cdot\text{m}$
- 1. Ziffer von links  $\neq 0$  ist die 1
- Rundestelle = 0,01 N·m
- Ergebnis = 20,98 N·m



- $U = 0,8\% \cdot 62,25 \text{ N}\cdot\text{m} = 0,498 \text{ N}\cdot\text{m}$
- 1. Ziffer von links  $\neq 0$  ist die 4
- Rundestelle = 0,1 N·m
- Ergebnis = 62,3 N·m

# Durchführung der Rundung

nach DIN 1333

- „Runden“: Addiere dem Betrag des Wertes den halben Stellenwert der Rundestelle und schneide dann ab. Vor den gerundeten Betrag wird das Vorzeichen wieder gesetzt.

zu rundender Messwert	1,15 N	-1,25 N
Rundestelle 0,1	↑	↑
Gerundeter Messwert	1,2 N	-1,3 N



MS Excel

1,2 N

-1,3 N



- „Abrunden“: schneide pos. Zahlen hinter der Rundestelle ab, sonst addiere zum Betrag den Stellenwert der Rundestelle, schneide ab und setze Minuszeichen



Gerundeter Messwert

1,1 N

-1,3 N

MS Excel



1,1 N

-1,2 N



# Durchführung der Rundung

nach DIN 1333

- „Aufrunden“: Addiere bei pos. Zahlen den Stellenwert der Rundestelle und schneide ab, sonst schneide Zahlen hinter der Rundestelle ab

zu rundender Messwert	1,15 N	-1,25 N
Rundestelle 0,1	↑	↑
Gerundeter Messwert	1,2 N	-1,2 N



MS Excel



1,2 N

-1,3 N



- „Runden zu Null“: schneide Zahlen hinter der Rundestelle ab

Gerundeter Messwert	1,1 N	-1,2 N
---------------------	-------	--------

# Durchführung der Rundung

nach ISO 80000-1:2012

- „Runden“: Die gerundete Zahl wird ausgewählt aus einer Folge von ganzzahligen Vielfachen des gewählten Rundestellenwertes, das der gegebenen Zahl am nächsten ist

zu rundender Messwert	12,223 N	12,251 N
Rundestellenwert 0,1	↑	↑
Ganzzahlige Vielfache	12,1 N; 12,2 N; 12,3 N; 12,4 N	
Gerundeter Messwert	12,2 N	12,3 N
zu rundender Messwert	12,25 N	12,35 N

- Grenzfall: Gleicher Abstand – Was tun?

DEUTSCHE NORM **Entwurf** Oktober 2012

DIN EN ISO 80000-1	<b>DIN</b>
--------------------	------------

ICS 01.060 Einsprüche bis 2012-12-01

Entwurf

**Größen und Einheiten –**  
**Teil 1: Allgemeines (ISO 80000-1:2009 + Cor 1:2011);**  
**Deutsche Fassung FprEN ISO 80000-1:2012**

Quantities and units –  
 Part 1: General (ISO 80000-1:2009 + Cor 1:2011);  
 German version FprEN ISO 80000-1:2012

Grandeurs et unités –  
 Partie 1: Généralités (ISO 80000-1:2009 + Cor 1:2011);  
 Version allemande FprEN ISO 80000-1:2012

**Anwendungswarnvermerk**  
 Dieser Norm-Entwurf mit Erscheinungsdatum 2012-10-01 wird der Öffentlichkeit zur Prüfung und Stellungnahme vorgelegt.  
 Weil die beabsichtigte Norm von der vorliegenden Fassung abweichen kann, ist die Anwendung dieses Entwurfs besonders zu vereinbaren.

Stellungnahmen werden erbeten  
 vorzugsweise als Datei per E-Mail an [natg@din.de](mailto:natg@din.de) in Form einer Tabelle. Die Vorlage dieser Tabelle kann im Internet unter [www.din.de/stellungnahme](http://www.din.de/stellungnahme) oder für Stellungnahmen zu Norm-Entwürfen der DKE unter [www.dke.de/stellungnahme](http://www.dke.de/stellungnahme) abgerufen werden;  
 – oder online im Norm-Entwurfs-Portal des DIN unter [www.entwurfe.din.de](http://www.entwurfe.din.de), sofern dort wiedergegeben;  
 – oder in Papierform an den Normenausschuss Technische Grundlagen (NATG) im DIN, 10772 Berlin (Hauptschrift: Burggrafenstr. 6, 10787 Berlin).

Die Empfänger dieses Norm-Entwurfs werden gebeten, mit ihren Kommentaren jegliche relevanten Patentrechte, die sie kennen, mitzuteilen und unterstützende Dokumentationen zur Verfügung zu stellen.

Gesamtumfang 52 Seiten

Normenausschuss Technische Grundlagen (NATG) im DIN

© DIN Deutsches Institut für Normung e. V. - Jede Art der Vervielfältigung, auch auszugsweise, nur mit der Genehmigung des DIN Deutsches Institut für Normung e. V., Berlin, gestattet. Alle Rechte vorbehalten. Normen durch Beuth Verlag GmbH, 12772 Berlin.

Preisgruppe 19  
www.din.de  
www.beuth.de

1001095

# Gleicher Abstand

ISO 80000-1:2012

Möglich sind zwei Regeln

- Regel A:** Die gerundete Zahl muss ein **geradzahliges** Vielfaches des Rundestellenwertes sein

zu rundender Messwert	12,25 N	12,35 N	-12,25 N	-12,35 N
Rundestellenwert 0,1	↑	↑		
Geradzahlige Vielfache	12,0 N; 12,2 N; 12,4 N; 12,6 N etc.			
Gerundeter Messwert	12,2 N	12,4 N	-12,2 N	-12,4 N

- Regel B:** Die Zahl mit dem betragsmäßig größerem Vielfachen wird gewählt

Gerundeter Messwert	12,3 N	12,4 N	-12,3 N	-12,4 N
---------------------	--------	--------	---------	---------



MS Excel

12,3 N	12,4 N	-12,3 N	-12,4 N
--------	--------	---------	---------





## Runden in mehreren Stufen

ISO 80000-1:2012

- Runden in mehr als einer Stufe kann zu Fehlern führen
- Runden ist stets nur in einem Schritt durchzuführen

zu runder Messwert 12,245 N

Rundestellenwert 0,1



Falsch



zuerst auf 12,25 N runden und danach auf 12,3 N

Gerundeter Messwert  12,2 N

## Rundung der MU-Bilanz

 Zu frühes Runden kann das Ergebnis verändern

Größe	Intervallgrenzen	Verteilung (Gewichtung)	Beitrag Rundestelle 0,1 N·cm	1 N·cm	10 N·cm	1 N·m
Einfluss 1	± 121 N·cm	U-verteilt	85,6 N·cm	86 N·cm	0,9 N·m	1 N·m
Einfluss 2	± 133 N·cm	Rechteck	76,8 N·cm	77 N·cm	0,8 N·m	1 N·m
Einfluss 3	± 118 N·cm	Rechteck	68,1 N·cm	68 N·cm	0,7 N·m	1 N·m
Einfluss 4	± 111 N·cm	Normal, k=2	55,5 N·cm	56 N·cm	0,6 N·m	1 N·m
Gesamt	√ Quadratesumme =		144,7 N·cm	145,2 N·cm	1,5 N·m	2 N·m
Rundungsdifferenz zu max. Präzision			0,01 %	0,33 %	4 %	38 %

⇒ Es ist daher empfehlenswert mit maximal verfügbarer Präzision zu rechnen und erst das Ergebnis zu runden

Die Validierung kann dadurch allerdings erschwert werden, nämlich dann, wenn Zwischenergebnisse kleinere Präzision haben

## Gerundete Messunsicherheit

Neben einem gerundeten Messwert muss i.d.R. auch die Messunsicherheit gerundet werden

**DIN 1333, Abs. 6.1:** Die Unsicherheit wird stets an der ermittelten Rundestelle aufgerundet

### 6.1 Ermittlung der Rundestelle in der Ergebniszahl bei bekannter Unsicherheit $u$

Es sollte die Ergebniszahl nach Abschnitt 4.5.1 gerundet und die bekannte Unsicherheit  $u$  nach Abschnitt 4.5.3 aufgerundet werden, und zwar beide an der Stelle, die sich nach folgender Regel ergibt:

Messwert	8,579617	8,579617
Unsicherheit $u$	0,00383	0,00163
erste Ziffer von links $\neq 0$ ist die 3		1. Ziffer von links $\neq 0$ ist die 1
$\Rightarrow$ Rundestelle	0,001	0,0001
gerundeter Messwert	8,580	8,5796
Gerundete MU	0,004	0,0017

# Rundung der Messunsicherheit

## DIN 1333 - Beispiel

100 N·m-Nenn Drehmoment mit Messeinrichtung 0,8 % v.M:



- $U = 105,14 \cdot 0,8\% = 0,84112 \text{ N}\cdot\text{m}$
- 1. Ziffer von links  $\neq 0$  ist die 8
- **aufgerundete MU = 0,9 N·m**
- Rundestelle = 0,1 N·m
- vollständiges Messergebnis =  $105,1 \text{ N}\cdot\text{m} \pm 0,9 \text{ N}\cdot\text{m}$

## DAkkS-DKD-3

- 6.3** Der Zahlenwert der Messunsicherheit ist mit höchstens zwei signifikanten Stellen anzugeben. Der Zahlenwert des Messergebnisses ist in der abschließenden Angabe auf die letzte gültige Ziffer im Wert der dem Messergebnis beigeordneten erweiterten Messunsicherheit zu runden. Für das Rundungsverfahren sind die üblichen Regeln für das Runden von Zahlen zu verwenden (nähere Angaben zum Runden finden sich in ISO 31-0:1992, Anhang B). Nimmt der Zahlenwert der Messunsicherheit infolge der Rundung jedoch um mehr als 5 % ab, ist der aufgerundete Wert anzugeben.

### Noch nötig ist Definition von signifikanten Stellen?

Dazu DIN 1333: *„Alle Stellen [...] von der ersten von Null verschiedenen Stelle von vorn bis zur Rundestelle“* (kein Auffüllen mit Nullen zulässig!)

10.2.2	signifikante Stellen	Für gerundete oder zu rundende Zahlen: Alle Stellen eines Zahlsymbols des Zehner- <i>(b)</i> -Systems von der ersten von Null verschiedenen Stelle von vorn bis zur Rundestelle	Früher: informationshaltige Stellen (siehe Anmerkung zu Abschnitt 6.1)
--------	----------------------	---	--

## DAkkS-DKD-3

Also:

- Die Messunsicherheit kann mit einer oder zwei signifikanten Stellen angegeben werden.
- Das Messergebnis muss mit der gleichen geringstwertigen Stelle angegeben werden wie die Messunsicherheit, d.h. der Messwert wird auf die letzte gültige Ziffer der MU gerundet
- Es soll gemäß ISO 31-0:1992 gerundet werden, diese ist durch ISO 80000-1 ersetzt, in der die Rundungsregeln jedoch nicht ganz eindeutig festgelegt sind
- Nimmt der Zahlenwert der Messunsicherheit infolge der Rundung um mehr als 5 % ab, ist die MU aufzurunden, d.h. die Messunsicherheit soll auf 5 % „passen“.

## Beispiele mit zwei signifikanten Stellen

Eine Kommastelle:	1,1 $\mu\text{V}$	2,2 $\mu\text{A/A}$
Ohne Kommastelle:	33 $\text{N}\cdot\text{m}$	10 %
Aber:	<del>130 <math>\text{N}\cdot\text{m}</math></del> 1,3 $\text{N}\cdot\text{m}$	<del>130 <math>\mu\Omega/\Omega</math></del> 0,13 $\text{m}\Omega/\Omega$

### Hier gilt genauso:

Kein Auffüllen mit Nullen bei Messergebnissen!

Kommastellung nicht weiter rechts als unmittelbar rechts neben der Rundestelle!

## Zwei gültige Ziffern oder nur eine?

Nach DKD-3 ist es erlaubt die Messunsicherheit auch auf nur eine signifikante Stelle anzugeben

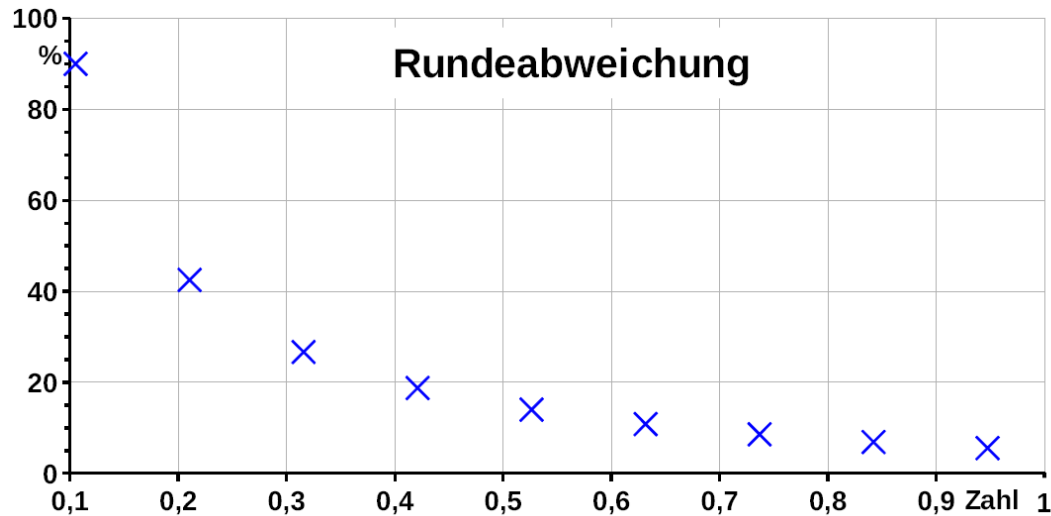
Allerdings muss beachtet werden:

„Nimmt der Zahlenwert der Messunsicherheit infolge der Rundung jedoch um mehr als 5 % ab, ist der aufgerundete Wert anzugeben.“

Die relative Rundeabweichung kann bei kleinen Ziffern sehr groß werden, so wird z.B. 0,1501111 bereits zu 0,2 gerundet bzw. 0,149999 zu 0,1.



## Zwei gültige Ziffern oder nur eine?



Durch Rundung auf eine signifikante Stelle kann sich eine Rundeabweichung von bis zu 90 % ergeben, womit die gerundete MU nicht mehr sehr sinnvoll ist!

Wird die Messunsicherheit mit nur einer signifikanten Stelle angegeben, so verstößt dies bei den Werten 0,1 und 0,2 zudem gegen die DIN 1333

Eine Angabe der **aufgerundeten MU auf zwei gültige Ziffern** ist also zu empfehlen um allen Anforderungen gerecht zu werden!

## DAkkS-DKD-3, Beispiele

Unsicherheit MU	Messwert $\emptyset$	Signifikante Stellen für MU	Gerundete MU	Rundungsdiff -erenz der MU	Gerundete MU, DKD-3	Gerundeter Messwert
1,2499 N·cm	10,01234 N·m	2	1,2 N·cm	-4 %	1,2 N·cm	10,012 N·m
1,2499 N·cm	10,01234 N·m	1	1 N·cm	-20 %	2 N·cm	10,01 N·m
38,352 N·cm	85,79617 N·m	2	38 N·cm	-1 %	38 N·cm	85,80 N·m
38,352 N·cm	85,79617 N·m	1	40 N·cm	+4 %	0,4 N·m	85,8 N·m

## DIN 1333

Unsicherheit MU	Messwert	DIN 1333 Rundestelle	DIN 1333 MU	Gerundeter Messwert
1,2499 N·cm	10,01234 N·m	0,1 N·cm	1,3 N·cm	10,012 N·m
38,352 N·cm	85,79617 N·m	10 N·cm	40 N·cm	85,8 N·m



Anwendung der verschiedenen Rundungsregeln kann zu Differenzen bei der Ergebnisdarstellung führen. DIN 1333 ist konform zu DAkkS-DKD-3, jedoch nicht unbedingt umgekehrt.

## Relative Messunsicherheitsangaben

**DIN 1333:** Die relative Unsicherheit  $u_r$  wird aus der gerundeten absoluten Unsicherheit ermittelt und danach nochmal aufgerundet (**doppelte Rundung!**). Die Rundestelle ist die erste von 0 verschiedene Ziffer, falls diese eine der Ziffern 3 bis 9 ist, andernfalls eine Stelle daneben.

	Unsicherheit MU	Messwert	DIN 1333 Rundestelle	DIN 1333 Messwert	DIN 1333 MU	Diff.
abs.	1,2340 mV	3,0012345 V	10 $\mu$ V	3,00123 V	0,13 mV = $0,0433 \cdot 10^{-3}$	22 %
rel.	$0,0411 \cdot 10^{-3}$				DIN 1333: $0,05 \cdot 10^{-3}$	
abs.	0,32340 mV		100 $\mu$ V	3,0012 V	0,4 mV = $0,133 \cdot 10^{-3}$	30 %
rel.	$0,108 \cdot 10^{-3}$				DIN 1333: $0,14 \cdot 10^{-3}$	

Relativangaben machen die Rundung ggf. deutlich schlechter!



Die Reihenfolge von Relativbezug und Rundung verändert das Ergebnis (relativen Wert der genauen MU Runden oder gerundete MU relativ berechnen und runden? -> Doppelrundung !)

## Relative Messunsicherheitsangaben

**DAkKS-DKD-3:** Durch die Auswertung der 5%-Regel können auch relative MU-Angaben validiert werden.

Zur Festlegung der Rundestelle wird jedoch in jedem Fall die absolute MU benötigt!

	Unsicherheit MU	Messwert	Signifikante Stellen	Gerundete MU	Rundungs differenz	Gerundete MU, DKD-3	Gerundeter Messwert
abs.	0,12340 mV	3,0012345 V	2	0,12 mV	-3 %	0,12 mV	3,00123 V
rel.	$41,1 \cdot 10^{-6}$			$41 \cdot 10^{-6}$	-0,2 %	$41 \cdot 10^{-6}$	
abs.	0,34340 mV		1	0,3 mV	-14 %	0,4 mV	3,0012 V
rel.	$0,108 \cdot 10^{-3}$			$0,1 \cdot 10^{-3}$	-7 %	$0,2 \cdot 10^{-3}$	

- Relativangaben führen auch hier zu anderen Rundungsdifferenzen als bei absoluter Rechnung
- Die Rundungsdifferenz kann z.B. bei Konformitätsaussagen die Bewertung beeinflussen!

# Rundung der Messunsicherheit

## DKD-3 - Beispiel

100 N·m Nenn-Drehmoment mit Messeinrichtung mit 0,8% v.M.:



- $U = 0,8\% \cdot 105,14 \text{ N}\cdot\text{m} = 0,84112 \text{ N}\cdot\text{m}$
- zwei signifikante Stellen = 0,84 N·m, **aufgerundet 0,85 N·m**
- Rundestelle = 0,01 N·m
- Vollständiges Messergebnis: 105,14 N·m  $\pm$  0,85 N·m

## Rundung der Messunsicherheit DKD-3 - Beispiel

Berechnung der Abweichung  $A_{S1}$ :



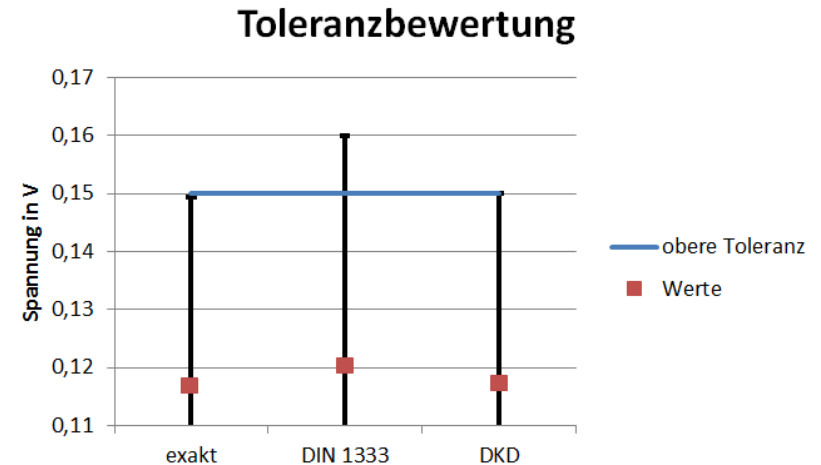
$$A_{S1} = \frac{(100 \text{ N}\cdot\text{m} - 105,14 \text{ N}\cdot\text{m})}{105,14 \text{ N}\cdot\text{m}} \cdot 100 \% = -4,8883 \%$$

- $U_{\text{rel}} = 0,80 \%$  auf zwei signifikante Stellen
- Rundestelle =  $0,01 \%$
- Vollständiges Messergebnis der Abweichung:  $-4,89 \% \pm 0,80 \%$

Nicht nur für den Anwender, sondern auch um richtig runden zu können werden also immer Messwert und Messunsicherheit benötigt!

# Rundung und Konformitätsaussagen

- Erfolgt die Konformitätsbewertung nach der Rundung kann dies zu abweichenden Ergebnissen führen
- Wird jedoch anhand der maximalen Präzision bewertet macht dies den Ergebnisbericht u.U. nicht mehr nachvollziehbar



Alle Werte in N·m	Messwert +					
	obere Toleranz	Messwert	MU	MU	%TOL	Bewertung
exakt	0,15	0,11681	0,03252	0,14933	78%	PASS
DIN 1333	0,15	0,12	0,04	0,16	80%	PASS?
DKD	0,15	0,117	0,033	0,15	78%	PASS?

## Fazit

Wann und wie gerundet wird kann entscheidend bei der Bewertung und Darstellung von Ergebnissen sein.

