

IMEKO - International Measurement Confederation

18th IMEKO TC3 International Conference
Celle, Germany, 24 - 26 September 2002

The New Gravity Zone Concept in Europe for Weighing Instruments under Legal Control

*Roman Schwartz, Andreas Lindau
Physikalisch-Technische Bundesanstalt (PTB) Braunschweig, Germany*

Abstract

Influence of Gravity on Precision Weighing

The local gravity value plays an important role in precision measurements of many mechanical quantities. Especially modern electronic weighing instruments for mass determinations with relative uncertainties in the range of 10^{-3} to 10^{-7} , or even less, are sensitive to gravity variations depending on the geographical latitude, j , and the altitude above sea level, h . Both for high-precision applications (relative uncertainties less than 10^{-4}) and for applications of medium accuracy (relative uncertainties 10^{-3} to 10^{-4}) the respective instruments must be adjusted at their exact place of use. This is no problem for high-precision balances which normally use electromagnetically compensated load cells and which are adjusted by an internal (incorporated) adjustment weight or by an external (calibrated) precision weight.

Weighing instruments of medium accuracy, however, which normally use strain-gauge load cells, are used in large numbers of pieces in industry and trade for commercial transactions, ie. for applications under legal control. The problem here is that from the commercial point of view the use of an internal adjustment weight is too expensive and from the legal point of view the adjustment by an external adjustment weight at the exact place of use is not allowed for the user, but only for authorised persons. Thus, European regulations foresee a verification in two stages: the first one comprising all examinations that are gravity-independent, which can be carried out at the manufacturers works, and a second one, comprising essentially the final adjustment at the place of use to be carried out by an authorised person. Only in case that gravity zones are defined in the respective country and if the weighing instrument is marked with a respective zone the user is allowed to freely move his instrument in this particular zone without making the verification invalid.

National Regulations of Standardised zones

Die nationalen europäischen Gesetzgebungen zur Regelung der schwereabhängigen Eichung von Waagen sahen bisher unterschiedliche Konzepte vor. In einigen Ländern der EC, wie z.B. Deutschland, Italien, sind bereits Gravitationszonen eingeführt worden, die insbesondere die Voreinstellung der weitverbreiteten Waagen mittlerer Genauigkeitsklassen (Klasse II und III) vereinfachen. Dazu kann ein für die jeweilige Zone gültiger mittlerer Scherewert ohne Genauigkeitsverlust verwendet werden.

Die Möglichkeit zur Einteilung von großräumigen Gebrauchszonen gründet sich auf der geringen globalen Variation der Schwere von nur etwa 0.5% auf gleichem Höhenniveau, d.h. $\Delta g_{\text{Pol-Equator}} = 0.05 \text{ ms}^{-2}$. In der Höhe ändert sich die Schwere näherungsweise linear, was in 3000m über dem Meeresspiegel eine Abnahme der Schwere um etwa 0.01 ms^{-2} bewirkt. Die Frage nach einer zonalen Gliederung stellt sich deshalb vor allen Dingen für Länder mit großer Nord-Süd-Ausdehnung und bewegter Topographie. Größe und Anzahl der Zonen hängen zudem aber noch davon ab, welche Schwereunterschiede innerhalb einer Zone den Ansprüchen genügen. In Deutschland und Italien orientieren sich die Grenzen u.a. an den Genauigkeitsanforderungen der Waagenklassen II und III mit begrenzter Teilungsintervallanzahl. Die Tabellen geben die Teilungshöchstgrenzen für die entsprechenden Waagentypen unter der Bedingung, daß die Voreinstellung für das gesamte Land, eine Zone oder zwei benachbarte Zonen Gültigkeit besitzt. Der jeweils zugehörige, zulässige relative Fehler der Schwerebeschleunigung ergibt sich nach Gleichung (1) aus dem maximum permissible error (mpe) und dem Tabellenwert der zulässigen Teilungsintervalle.

Germany	$\Delta g/g$	Number of divisions n	
		class II	class III
Global	± 0.00050	≤ 1000	≤ 3000
Individual zone	± 0.00021	≤ 3300	≤ 10000
Adjacent zones	± 0.00034	≤ 2000	≤ 5000

Italy	$\Delta g/g$	Number of divisions n	
		class II	class III
Global	± 0.00051	≤ 1000	≤ 3000
Individual zone	± 0.00022	≤ 3000	≤ 8000
Adjacent zones	± 0.00036	≤ 2000	≤ 5000

$$\Delta g / g \leq mpe / n \tag{1}$$

Ein weiteres Kriterium für die Abgrenzung der Zonen sind die landesspezifischen Verwaltungseinheiten, denen zumeist die örtlichen Eichbehörden zugeordnet sind. Beispielhaft für ein solches Konzept sind die Gliederungen in Deutschland und Italien, die in Figure 1 dargestellt sind.

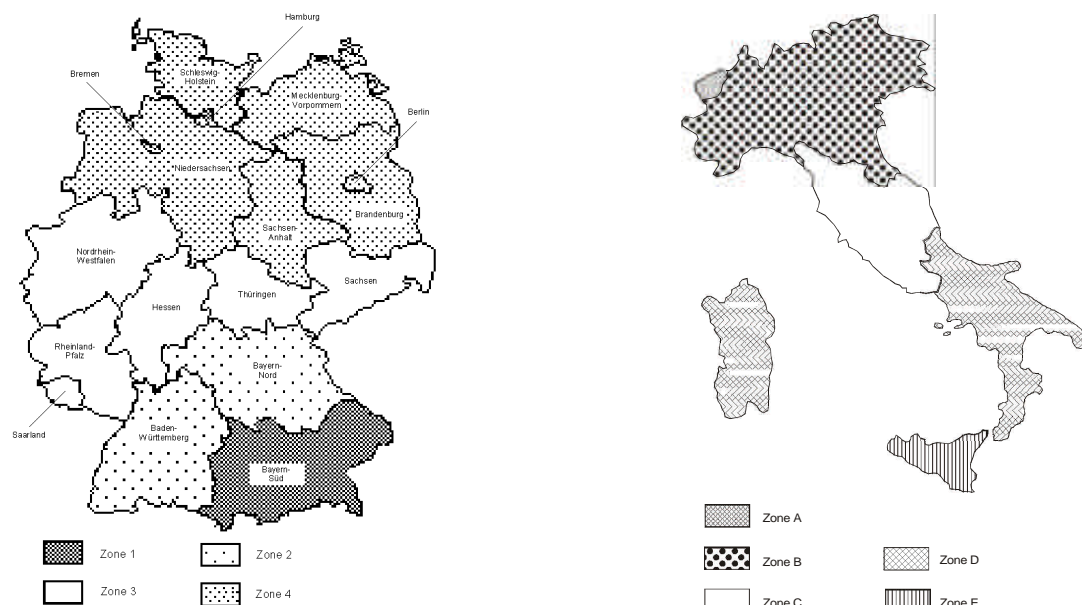


Figure 1: Gravity zones in Germany and Italy adapted to administrative boundaries

The New European Gravity Zone Concept

Inzwischen gibt es im EWR (Europäischer Wirtschaftsraum) ein länderübergreifendes gravity zone concept, das die Berechnung und Kennzeichnung von Fallbeschleunigungszonen einheitlich für Europa festlegt. This concept has been developed by WELMEC - the European Cooperation in Legal Metrology - and is tolerated by all WELMEC member states indepen-

dent of still existing national regulations. It is independent of political borders because it is simply based on a standardised gravity formula and the definition of gravity zones depending on the relevant influence factors j and h , and the maximum permissible error (mpe) of the respective weighing instrument. Der repräsentative Schwerewert einer Zone leitet sich danach nicht mehr aus empirisch bestimmten Meßwerten ab, sondern läßt sich direkt aus der geographischen Breite φ and der Höhe über dem Meeresspiegel h berechnen.

$$g(j, h) = 9,780\,318 (1 + 0,005\,3024 \sin^2 j - 0,000\,0058 \sin^2 2j) - 0,000\,003085 h \quad \text{m s}^{-2} \quad (2)$$

Die Gleichung (2) entstammt einer Empfehlung der International Association of Geodesy (IAG) von 1967 und ist ein Bestandteil des sogenannten Normalschwerfeldes, mit dem das physikalische Schwerfeld bestmöglich approximiert wird. Die maximal zu erwartenden Abweichungen für einen diskreten Berechnungspunkt im Verhältnis zu einem Meßwert werden folgenden Abschnitt eingehender diskutiert.

Von größerer Bedeutung noch als der ortsbezogene Schwerewert ist die Definition eines Zonenstreifens, in dem die zu eichende Waage is allowed to be freely moved within the zone. Der vorgesehene Einsatzbereich wird dazu von einem nördlichen und südlichen Breitengrad φ_1 und φ_2 und durch zwei Höhenlagen h_1 , h_2 begrenzt. Um die Übersichtlichkeit des Zonenbereichs zu wahren, sollten die Randwerte auf volle Grad und die Höhen auf 100m festgelegt werden. Unmittelbar mit der Ausdehnung der Zone ist die Variation der Schwere verknüpft. Deshalb muß die maximale Schwereänderung zu den Zonenrändern hin berechnet und einer Fehlergrenzbedingung unterzogen werden.

The complete outflow of defining a gravity zone can be divided into the three following steps:

(A) Definition of the zone boundaries

φ_1, φ_2 in steps of 1°	latitudes of zone boundaries
h_1, h_2 in steps of 100 m	altitudes above sea level

(B) Computation of the maximum gravity variation in the defined zone

$$h_m = \frac{1}{2}(h_1 + h_2) \quad \text{mean value of altitude } h \quad (3)$$

$$\varphi_m = \frac{1}{2}(\varphi_1 + \varphi_2) \quad \text{mean value of latitude } j \quad (4)$$

$$g_R = g(j_m, h_m) \quad \text{reference value of gravity in the zone} \quad (5)$$

$$\Delta g_\varphi = \frac{1}{2}|g(\varphi_1, h_m) - g(\varphi_2, h_m)| \quad \text{max. variation due to } h \text{ change in } j \quad (6)$$

$$\Delta g_h = \frac{1}{2}|g(\varphi_m, h_1) - g(\varphi_m, h_2)| \quad \text{maximum variation due to a change in } h \quad (7)$$

(C) Check for keeping the error limits

$$n (\Delta g_\varphi + \Delta g_h) / g_R \leq mpe / (3e) \quad (8)$$

with

n = number of verification scale intervals e of the weighing instrument

mpe = maximum permissible error on EC verification at $Max.$, expressed in e

Im Vergleich zu den nationalen Zonenkonzepten in Deutschland und Italien ist in equation (8) die Bedingung für die Einhaltung der Fehlergrenzen um den Faktor 3 verschärft worden (comp. eq.1). Dadurch wird auch strengeren Regelungen in einigen Ländern Rechnung getragen.

Die Ausdehnung einer Zone in Nord-Süd-Richtung (Step A) kann mit Hilfe des meridionalen Gradienten (eq. 9) abgeschätzt werden.

$$\partial g / \partial \varphi = 8.13 \cdot 10^{-6} \sin(2 \varphi) \text{ ms}^{-2} / \text{km} \quad (9)$$

Da ein Breitengrad etwa 110 km entspricht, führt eine Zonenausdehnung von 1° zum Rand zu einer absoluten Schwereänderung von $\Delta g = 8.9 \cdot 10^{-4} \text{ ms}^{-2}$ bzw. $\Delta g / g = 9 \cdot 10^{-5}$. Für eine Ausdehnung von 2° wird mit $\Delta g = 1.7 \cdot 10^{-3} \text{ ms}^{-2}$ bzw. $\Delta g / g = 1.8 \cdot 10^{-4}$ die Grenze der Genauigkeitsforderungen nahezu erreicht. Eine größere horizontale Ausdehnung der Zone lässt sich mittels einer geringeren Höhenspanne und umgekehrt kompensieren.

Letztlich entscheidet über die mögliche Zonengröße der Waagentyp durch die Anzahl seiner Teilungsintervalle und den maximum permissible error (mpe). In der Tabelle 1 werden drei Rechenbeispiele für Zonen um Paris vorgestellt, die drei unterschiedlichen Waagentypen zugeordnet sind.

Weighing instrument	Class III		Class II
	<i>n</i> =1000, <i>mpe</i> =1.0	<i>n</i> =3000, <i>mpe</i> =1.5	<i>n</i> =2000, <i>mpe</i> =1.0
<i>j</i> ₁	47°	48°	48°
<i>j</i> ₂	51°	50°	50°
h ₁	0	0	0
h ₂	500	400	500
<i>g</i> (φ ₂ ,h _m)	9.807237	9.808293	9.808293
<i>g</i> (φ ₁ ,h _m)	9.810822	9.810087	9.810087
<i>g</i> (φ _m ,h _m)	9.809809	9.809809	9.809809
<i>g</i> (φ ₁ ,h _m)	9.808267	9.808575	9.808575
<i>g</i> _R	9.809038	9.809192	9.809192
$n(\Delta g_{\varphi} + \Delta g_h) / g_R \leq mpe/3$	$0.26 \leq 0.33$	$0.46 \leq 0.50$	$0.31 \leq 0.33$

Table 1: 3 Examples of Gravity zones for various weighing instruments including the city of Paris (F)

Conclusion:

The benefit of the new concept is that weighing instruments under legal control can now be verified in one stage at the manufacturers works for any zone in Europe and independent of any national regulation, even if the place of use is not exactly known. The only condition to be observed by the user is that the place of use lies within the gravity zone that is marked on the instrument. Die Ausmaße einer Zone können vom Hersteller flexibel gewählt werden, sofern die geforderten Fehlergrenzen eingehalten werden.

Consideration of uncertainties and further improvement of the gravity formula

Herkunft der Formel kurz erläutern

Alternativen zur Bestimmung der Schwere

Unsicherheiten der WELMEC-Formel abschätzen und Grenzen des Konzeptes aufzeigen ((siehe auch Abschnitt in der Sartorius-Broschüre: ... Für Waagen der höheren Genauigkeitsklassen ...))

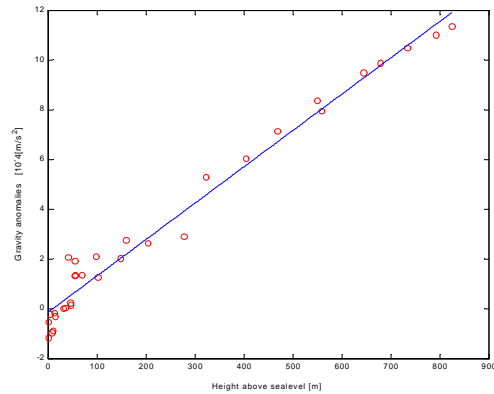
Breitenabhängiger Terms ist als Reihenentwicklung aus einer strengen Formel abgeleitet. In der Praxis erweist sich der Umgang mit dieser Formel als nicht besonders geeignet, da noch weitere Hilfsgrößen zuvor zu berechnen sind. Alternativ existieren Reihenentwicklungen höherer Ordnung, die

Aus einem direkten Vergleich beider Formeln lässt sich eine Genauigkeit von etwa $5 \cdot 10^{-7}$ ableiten

horizontale Änderungsrate ist in den mittleren Breiten ($\varphi=45^\circ$) am größten, deshalb können die Zonen dort nicht so ausgedehnt werden wie nahe des Äquators oder der Polregionen

- **Mögliche Verbesserung** der Formel durch Anpassung des Koeffizienten für die Höhenabhängigkeit an bekannte Aufstellungsorte von Waagen in Europa (siehe Bizerba-Studie); + Tabelle mit Auswahl einiger wichtiger Aufstellorte in Europa (s.o.) + graphische Darstellung der rel. Abweichungen mit "verbessertes WELMEC-Formel")

- Verbesserung der Höhenabhängigkeit der Formel durch Regressionsanalyse
- Koeffizientenbestimmung für Gesamteuropa, bzw. Teile von Europa, z.B. Alpen



Alternativer Zugriff auf Schweredaten : Datenbanken gemessener Schwerewerte

Verfügbarkeit, z.B. BGI

Dichte der verfügbaren Daten
Interpolation verschiedener Datenraster

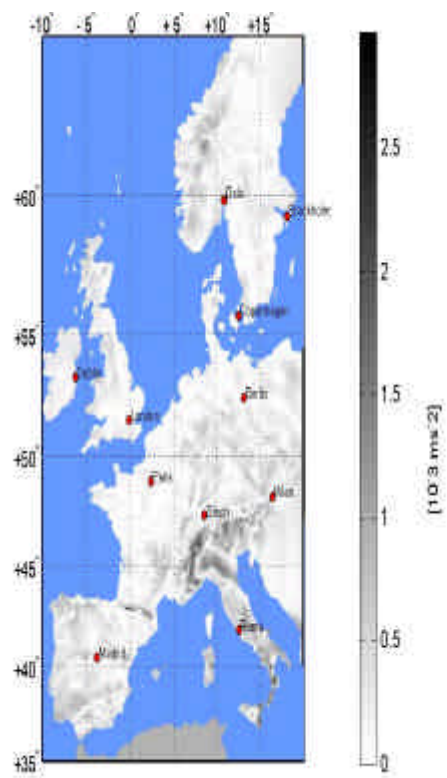
Examples

Location	Latitude [°]	Longitude [°]	Height [m]	g_w by 'WELMEC'	g_M by Measurement	$(g_M - g_w)/g$
Madrid	40.50	-3.80	660	9.8001089	9.7996456	-0.000046
Rome	41.88	12.49	29	9.8032927	9.8035977	0.000030
Vienna	48.22	16.33	200	9.8084919	9.8085878	0.000010
Zürich	47.35	8.50	766	9.8059618	9.8055834	-0.000038
Oslo	59.87	10.78	10	9.8190458	9.8193197	0.000027
Paris	48.87	2.41	87	9.8094247	9.8092096	-0.000022
Berlin	52.43	13.08	33	9.8127517	9.8127282	-0.000002
London	51.52	-0.13	29	9.8119628	9.8119424	-0.000002
Dublin	53.30	-6.23	52	9.8134480	9.8136589	0.000021
Copenhagen	55.71	12.46	15	9.8156301	9.8155119	-0.000012
Stockholm	59.30	18.03	28	9.8185354	9.8183175	-0.000022

Table 2: Gravity accelerations at various stations in Europe: Deviation between computed and measured values

Summary and Outlook

Kurze Zusammenfassung und Ausblick (insbesondere Hinweis auf künftig "verbessertes WELMEC-Formel")



Literatur

[1] WELMEC 2, Issue 3, Kapitel 3.3

[2] OIML-Bulletin 1992 (A standardized Gravity Formula)

[3] Barbato et al.: „*The influence of gravity acceleration on weighing instruments equipped with load cells*“ (OIML Bulletin 1994)