6 Optik

Redakteur: K. Dorenwendt

Hierzu Tabellen T 6.01 bis T 6.30 in Band 3

6.1 Geometrische Optik (Strahlenoptik) (K.-J. Rosenbruch)

6.1.1 Grundlagen

6.1.1.1 Einführung

Die geometrische Optik oder Strahlenoptik macht folgende vereinfachende Voraussetzung: Die Ausbreitung des Lichtes erfolgt in homogenen Medien in geradlinigen und voneinander unabhängigen Strahlen, die das Brechungs- und Reflexionsgesetz erfüllen. Sie kann mit Hilfe der Sätze von Fermat bzw. Malus oder aus den Gesetzen der kollinearen Abbildung (Abbesche Abbildungslehre) entwickelt werden. Sie vernachlässigt Beugungsvorgänge (Diffraktionsvorgänge) und ergibt sich auch als Grenzfall der Wellenoptik für Strahlung der Wellenlänge Null. Diese Näherung ist um so besser, je kleiner die Wellenlänge gegenüber den anderen vorkommenden Abmessungen ist (z. B. Blenden-, Spiegel- und Linsendurchmesser und -abstände).

Die Existenz einzelner Lichtstrahlen ist jedoch eine Abstraktion. Stets werden Lichtbündel, d. h. geradlinig begrenzte Lichtkegel mit endlichem räumlichen Öffnungswinkel beobachtet. Als Licht- oder Strahlenbüschel (Fächer) wird der Schnitt eines Lichtbündels parallel zu einer Achse bezeichnet. Die Spitze eines Lichtbündels wird oftmals als Lichtpunkt (Objekt- oder Bildpunkt) bezeichnet, obgleich ein solcher in Wirklichkeit immer eine endliche Ausdehnung hat (Beugungsscheibchen).

Die folgenden Ausführungen halten sich an die Bezeichnungen und Vorzeichenregeln für die technische Optik, wie sie in DIN 1335 festgelegt sind.

Bergmann-Schäfer (1978), Born u. Wolf (1965), Kingslake (1978), Berek (1970)

6.1.1.2 Brechungs- und Reflexionsgesetz

Definition, allgemeine Beziehungen und Brechungsgesetz Im Vakuum, für das die Größen im folgenden den Index Null erhalten, ist die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichtes $c_0 \approx 3 \cdot 10^8$ m/s für alle Wellenlängen λ_0 dieselbe. Bedeutet ν die Frequenz, τ die Periodendauer, so ist

$$\nu = \frac{1}{\tau} = \frac{c_0}{\lambda_0} = \frac{c}{\lambda}. \tag{6.1}$$

Die Vakuumgeschwindigkeit des Lichtes hat nach der Neudefinition des Meters durch die CGPM den Wert $c_0 = 299\,792\,458$ m/s (CGPM (1983)).

Nach dem Snelliusschen Gesetz ist die Brechzahl n_{21} des zweiten Mittels gegen das erste für isotrope Medien

$$n_{21} = \frac{\sin\varepsilon}{\sin\varepsilon'} = \frac{c_1}{c_2} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} \tag{6.2}$$

Der Einfallswinkel ε und der Brechungswinkel ε' werden hierbei vom Einfallslot aus gezählt. Einfallender Strahl, austretender Strahl und Lot liegen dabei in einer Ebene. Tritt der Strahl aus einem Mittel mit der Brechzahl n in ein zweites mit der Brechzahl n' (beide Brechzahlen gegen dasselbe dritte Mittel), so ist

$$\frac{\sin\varepsilon}{\sin\varepsilon'} = \frac{n'}{n} = n_{21} \tag{6.3}$$

oder $$n\sin\varepsilon = n'\sin\varepsilon' \tag{6.4}$$

Die Brechzahl eines Mittels gegen das Vakuum, $n_0 = c_0/c$, heißt die „absolute". Ist n_L die Brechzahl der Luft gegenüber dem Vakuum (z. B. $n_L = 1{,}0002718$ für Natriumlicht, $t = 20°C$, 1013,25 mbar, 9,9 g/m³ absolute Feuchtigkeit) und n die Brechzahl eines Mittels gegen Luft, so ist $n_0 = n \cdot n_L$, und für die Wellenlängen gilt $\lambda_0 = \lambda \cdot n_0$.

Durchläuft Licht in Luft in der Zeit t den Weg $s_L = c_L \cdot t$, so würde es in der gleichen Zeit in einem beliebigen Mittel den Weg $s = c \cdot t$ zurücklegen. Für die Umrechnung eines in einem Mittel mit der auf Luft bezogenen Brechzahl n verlaufenden Strahlenweges auf einen in Luft verlaufenden Strahlenweg gilt dann $s_L = (c_L/c)s = s \cdot n$ und analog für die Umrechnung auf das Vakuum $s_0 = s \cdot n_0$. Die Größe $s \cdot n$ bzw. $s \cdot n_0$ wird als optische Länge oder optische Weglänge des Strahles bezeichnet.

Wenn ϱ die Dichte eines Körpers ist, so heißt

$$r = \frac{n^2 - 1}{\varrho(n^2 + 2)}$$

sein spezifisches Brechungs- oder Refraktionsvermögen, das von Temperatur, Druck und Aggregatzustand des Stoffes nur in verhältnismäßig geringem Grade abhängt. Ist M_r die relative Molekülmasse des Körpers, so heißt $r \cdot M_r$ seine Mulekularbrechung.

Dispersion Die Abhängigkeit der Brechzahl von der Wellenlänge bezeichnet man als Dispersion. Im sichtbaren Spektrum wächst die Brechzahl mit abnehmender Wellenlänge, andernfalls spricht man von anomaler Dispersion (s. Tab. T 6.01 bis 6.03 in Band 3).

Dispersionsformeln. Zur Ausgleichung und Interpolation eignet sich gut die Hartmannsche empirische Disperionsformel

$$n = n_a + \frac{\gamma}{(\lambda - \lambda_a)^\alpha} \tag{6.5}$$

mit vier Konstanten, von denen α meist zwischen 0,5 und 2 liegt (oft führt schon die einfache Form mit $\alpha = 1$ zum Ziel).

Die Differenz der Brechzahlen für zwei Wellenlängen wird partielle Dispersion genannt. Liegen die beiden Wellenlängen am Anfang und Ende des interessierenden Spektralgebietes, so nennt man ihre Brechzahldifferenz totale Dispersion.

Früher wurden bevorzugt die Brechzahlen für die sogenannten Fraunhoferschen Linien angegeben, die mittels der Elemente Wasserstoff, Quecksilber, Helium, Natrium, Kalium erzeugt werden. Heute wird mit Hilfe einer Quecksilber-Cadmium-Spektrallampe die Brechzahl im sichtbaren Spektrum bei 5 Wellenlängen gemessen:

Linienbezeichnung nach Fraunhofer	h	g	F′	e	C′
Wellenlänge in nm in Luft	404,7	435,8	480,0	546,1	643,8
Element	Hg	Hg	Cd	Hg	Cd

Zwischenwerte können mit ausreichender Genauigkeit mit der Harmannschen Dispersionsformel gefunden werden. Zur Charakterisierung optischer Gläser dienen die Brechzahl bei der Wellenlänge $\lambda = 546{,}1$ nm und die sogenannte Abbesche Zahl ν, die je nach Größe der Dispersion bei den üblichen optischen Gläsern zwischen 20 und 70 variiert. Diese Zahl ist eine reziproke relative Dispersion: $\nu = (n_e - 1)/(n_{F'} - n_{C'})$, wobei $n_{F'}$, $n_{C'}$, n_e die Brechzahlen bei den in der Tabelle angegebenen Wellenlängen bedeuten.

Abhängigkeit der Brechzahl von Temperatur, Luftdruck, Feuchtigkeit Zwischen dem Temperaturkoeffizienten $\partial n/\partial t$ der Brechzahl eines Mittels gegen Luft von gleicher Temperatur (wobei jetzt die beobachteten n auf normalen Luftdruck von 1013,25 mbar zu korrigieren sind) und dem Koeffizienten $\partial n_0/\partial t$ besteht die Beziehung

$$\partial n_0/\partial t = \partial n/\partial t + n(\partial n_L/\partial t), \tag{6.6}$$

dabei sind diese Koeffizienten meist noch Funktionen von t. Für optische Gläser bei Zimmertemperatur beträgt $|\Delta n/n|$ bei 1 °C Temperaturveränderung etwa 10^{-6} bis 10^{-5}.

Vom Druck hängt n_0 für feste und flüssige Körper nur in verhältnismäßig geringem Grade ab; z. B. beträgt $|\Delta n_0/n_0|$ für Flüssigkeiten bei einem Bar Druckerhöhung für die mittlere Wellenlänge von 546 nm bis zu 10^{-4}. Dagegen hängt n in stärkerem Maße vom Luftdruck p und dem Wasserdampfpartialdruck e der Luft ab, weil die Brechzahl n_L von diesen Größen abhängt.

$$\frac{\partial n}{\partial p} = -n\frac{\partial n_L}{\partial p} \quad \text{und} \quad \frac{\partial n}{\partial e} = -n\frac{\partial n_L}{\partial e} \tag{6.7}$$

Die Abhängigkeit der Brechzahl der Luft n_L von der Temperatur t, dem Druck p, dem Wasserdampfpartialdruck (Feuchtigkeit) e und den Verunreinigungen der Luft, insbesondere dem CO_2-Gehalt, sowie der Frequenz der Strahlung ν ist eingehend untersucht worden, Edlén (1966), Jones (1981).

Für trockene ($e = 0$) „Normalluft" mit $t = t_0 = 15$ °C, $p = p_0 = 1013{,}25$ mbar und einem CO_2-Volumengehalt von 0,03 % ist die Abhängigkeit der Brechzahl n_{LN} von der Vakuumwellenlänge λ_0:

$$n_{LN} - 1 = A + B/(C - \lambda_0^{-2}) + D/(E - \lambda_0^{-2}) \tag{6.8}$$

mit $A = 8{,}34213 \cdot 10^{-5}$, $B = 2{,}40603 \cdot 10^{-2}\,\mu m^{-2}$, $C = 130\,\mu m^{-2}$,
$D = 1{,}5997 \cdot 10^{-4}\,\mu m^{-2}$, $E = 38{,}9\,\mu m^{-2}$.

Im Temperaturbereich 15 bis 30 °C und Druckbereich 933 bis 1067 mbar wird die Brechzahl n_L der Luft in guter Näherung durch

$$n_L - 1 = (n_{LN} - 1)\frac{1 + \alpha t_0}{1 + \alpha t}\frac{p}{p_0} - \left(\beta - \frac{\gamma}{\lambda_0^2}\right)e \tag{6.9}$$

dargestellt; hierin ist $\alpha = 3{,}671 \cdot 10^{-3}$ °C, $\beta = 4{,}292 \cdot 10^{-8}$ mbar^{-1}, $\gamma = 3{,}43 \cdot 10^{-8}\,\mu m^2$ mbar^{-1}, und für feuchte Normalluft (Luftfeuchte 50 %) gilt $e = 13{,}33$ mbar. Für diesen Wert von e, $t = 20$ °C und $p = p_0 = 1013{,}25$ mbar sind die Brechzahlen für einige Vakuumwellenlängen:

$\lambda_0 = 480{,}1$ nm $\quad n_L = 1{,}0002742$
$\lambda_0 = 546{,}12$ nm $\quad n_L = 1{,}0002726$
$\lambda_0 = 632{,}99$ nm $\quad n_L = 1{,}0002712$.

Zur Abschätzung der Einflüsse von t um 20 °C, p um 1013 mbar und e um 13,3 mbar berechnet man die partiellen Ableitungen für diese Werte. Für $\lambda_0 = 546{,}1$ nm ergibt sich

$$\begin{aligned} \partial n_L/\partial t &= -9{,}3 \cdot 10^{-7}\,°\mathrm{C}^{-1}, \\ \partial n_L/\partial p &= 2{,}7 \cdot 10^{-7}\,\mathrm{mbar}^{-1}, \\ \partial n_L/\partial e &= 0{,}4 \cdot 10^{-7}\,\mathrm{mbar}^{-1}. \end{aligned} \tag{6.10}$$

Totalreflexion Das Brechungsgesetz $\frac{n}{n'} \sin\varepsilon = \sin\varepsilon' \leqslant 1$ läßt sich für $n > n'$ nur für Einfallswinkel $\varepsilon \leqslant \varepsilon_G$ mit $\sin\varepsilon_G = n'/n$ erfüllen. Für Einfallswinkel ε, die größer sind als der Grenzwinkel ε_G, tritt Totalreflexion auf, für kleinere Einfallswinkel dagegen auch Brechung. Hierdurch sind oftmals die an total reflektierenden Flächen von Prismen gespiegelten Strahlenkegel begrenzt. Bei weiter geöffneten Strahlenkegeln müssen solche Flächen verspiegelt werden, oder man muß Gläser mit höherer Brechzahl verwenden. Für ein in Luft ($n' = 1$) befindliches Kronglas mit $n_e = 1{,}5162$ ist $\varepsilon_G = 41°16'$.

Reflexionsgesetz An der Grenzfläche zweier Medien wird ein auffallender Lichtstrahl zum Teil zurückgeworfen und zum Teil in das zweite Mittel hineingebrochen. Einfallender, reflektierter und gebrochener Strahl liegen bei isotropen Medien in einer Ebene. Für den Einfallswinkel ε und den Reflexionswinkel ε'' gilt das Reflexionsgesetz

$$\varepsilon = -\varepsilon''. \tag{6.11}$$

Formal läßt sich das Reflexionsgesetz aus dem Snelliusschen Brechungsgesetz durch Einsetzen von $n = -n'$ gewinnen, wobei auf die jeweilige Lichtrichtung bezogen wird. Hierdurch lassen sich die für brechende Flächen abgeleiteten Formeln leicht in solche für reflektierende umformen.

6.1.1.3 Abbildungsgesetze

Grundbegriffe Als homozentrisch wird ein Strahlenbündel bezeichnet, dessen Strahlen alle durch ein gemeinsames infinitesimales Flächen- und Raumelement hindurchgehen. Treffen die Elementarstrahlen eines von einem Objektpunkt ausgehenden homozentrischen Bündels oder ihre Verlängerungen nach einer Spiegelung oder Brechung wieder in einem Schnittpunkt zusammen, so ist dies der zugehörige Bildpunkt. Solche durch Abbildung entstehende Punkte werden als konjugierte Punkte bezeichnet.

Im folgenden werden, wie bereits oben gesagt, die Bezeichnungen der technischen Optik nach DIN 1335 verwandt. Hierbei wird auf Zeichnungen das Licht immer als von links kommend angesehen, und als positive Richtung der Rotationsachse wird die jeweilige Lichtrichtung betrachtet. In den Formeln wird mit gerichteten Strecken gearbeitet, konjugierte Größen werden in gleichem Sinne gemessen. In Lichtrichtung gezählte Strecken sind positiv, entgegengesetzte negativ. Strecken senkrecht zur Rotationsachse werden nach oben positiv, nach unten negativ gerechnet. Alle Winkel werden nur bis 90° gezählt. Sie sind positiv, wenn die positive Koordinatenrichtung durch Drehen im Uhrzeigersinn mit den Strahlen zur Deckung gebracht werden kann. Koordinatenanfangspunkt ist bei einer einzelnen Fläche ihr Scheitelpunkt. Konjugierte Größen werden mit den gleichen Buchstaben bezeichnet, erhalten aber im Bildraum einen Strich. Optisch nicht konjugierte Größen werden zum besonderen Hinweis auf diese Tatsache im Objektraum gelegentlich mit einem Querstrich versehen, z. B. die Brennweiten.

Als Gaußscher Raum (Paraxialraum, paraxiales Gebiet oder fadenförmiger Raum) wird die nahe Umgebung der optischen Achse bezeichnet. In diesem Bereich wird bei Reihenentwicklung

der Sinusfunktion, $\sin\sigma = \sigma - \frac{1}{3!}\sigma^3 + \frac{1}{5!}\sigma^5 - + \ldots$, eine Beschränkung auf das erste Glied vorgenommen, was für den Gültigkeitsbereich der Formeln zu beachten ist. Das Gebiet, in dem man mit Beschränkung auf die ersten beiden Glieder auskommt, heißt Seidelsches Gebiet. Die dann noch wesentlichen fünf Schärfenfehler heißen Seidelsche Bildfehler.

Die ausgezeichneten Punkte eines optischen Systems Werden zwei oder mehr brechende oder spiegelnde Kugelflächen derart zusammengesetzt, daß alle Krümmungmittelpunkte auf einer Geraden, der optischen Achse, liegen, so ergibt sich ein System zentrierter Kugelflächen, das im Falle von zwei brechenden Flächen als Linse bezeichnet wird. Für die Darstellung der Abbildung durch solche Systeme mit nahe der Achse verlaufenden (paraxialen) Strahlen gibt es auf der Achse drei Paare ausgezeichneter Punkte (Kardinalpunkte) (Fig. 6.1): Brennpunkte (F und F′), Hauptpunkte (H und H′) und Knotenpunkte (K und K′). Sie sind so definiert: Ein der Achse parallel laufender Strahl (AB) schneidet nach dem Austritt die Achse (eventuell rückwärts verlängert) im Brennpunkt (F′). Ein der Achse parallel einfallender Strahl (AB) und die (wenn nötig rückwärts verlängerte) Richtung (EF′) des Strahls nach seinem Austritt aus dem optischen System schneiden sich in der zu dem Brennpunkt (F′) gehörigen Hauptebene (H′D), die achsensenkrecht durch den zugehörigen Hauptpunkt (H′) hindurchgeht. Ein Strahl (NI), der vom Objektpunkt nach dem einen Knotenpunkt (K) zielt, verläuft auf der Bildseite außerhalb des optischen Systems parallel versetzt in Richtung (LM) so, als ob er von dem zweiten Knotenpunkt (K′) käme. Die Strecke vom zugehörigen Hauptpunkt zum entsprechenden Brennpunkt heißt Brennweite (H′F′ Bildbrennweite, HF Objektbrennweite). Der Abstand vom zugekehrten Scheitelpunkt der Linsenfläche zum Bild- bzw. Objektpunkt heißt Schnittweite.

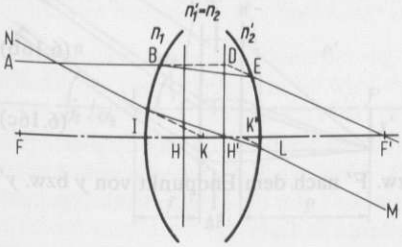

Fig. 6.1 Ausgezeichnete Punkte eines optischen Systems

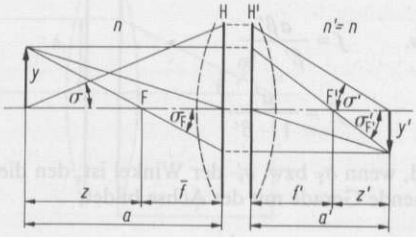

Fig. 6.2 Abbildungsbeziehungen einer Linse

Vergrößerung, Abbildungs- und Brennweitenbeziehungen Befinden sich vor und hinter dem optischen System Medien mit verschiedenen Brechzahlen, so sind die beiden Brennweiten verschieden. Sind, wie meist, beide Medien gleich, z. B. Luft, so ist der Betrag der Objektbrennweite gleich dem der Bildbrennweite, und die Knotenpunkte fallen mit den Hauptpunkten zusammen. In Fig. 6.2 sind die Vorzeichen der Strecken und Winkel folgendermaßen zu zählen: σ_F und $\sigma_{F'}$ positiv, $\bar{f}$ negativ, f' positiv, a, z und y' negativ, a', z' und y positiv. Es bedeuten H und H′ die Hauptebenen, F den Objektbrennpunkt, F′ den Bildbrennpunkt. f' die Bildbrennweite, $\bar{f}$ die Objektbrennweite, y die Länge eines achsensenkrechten Gegenstandes, z seinen Abstand von F, a seinen Abstand von H, y' das Bild von y, z' seinen Abstand von F′, a' den Abstand des Bildes

von H′. Für den Fall $n = n'$ gilt

$$\beta' = \frac{y'}{y} = \frac{-\bar{f}}{z} = \frac{-z'}{f'} \tag{6.12}$$

$$zz' = \bar{f}f' = -f^2 \tag{6.13}$$

β' wird Abbildungsmaßstab oder Lateralvergrößerung genannt. Weiterhin wird als Winkel-, Angularvergrößerung oder Konvergenzverhältnis $\gamma' = \sigma'/\sigma$ bzw. für endlich große Winkel $\gamma' = \tan\sigma'/\tan\sigma$ bezeichnet, und es gilt allgemein

$$\beta' = \frac{n}{n'\gamma'} = \frac{n}{n'\sigma'}. \tag{6.14}$$

(In Fig. 6.2 sind σ negativ und σ' positiv zu zählen. Das negative Vorzeichen des Abbildungsmaßstabes β' bedeutet Bildumkehr.)

Man erhält so für die Kardinalpunkte auch folgende Definitionen: Für den Bildbrennpunkt F′ ist $\beta' = 0$, für den Objektbrennpunkt F ist $\beta' = \infty$. Für die Hauptpunkte gilt $\beta' = +1$ und für die Knotenpunkte $\gamma' = +1$.

Führt man in Gl. (5.13) $z = a - \bar{f}$ und $z' = a' - f'$ ein, so ist

$$\frac{1}{a'} - \frac{1}{a} = \frac{1}{f'};$$

$$(\bar{f} = -f' \quad \text{gleiche Brechzahl auf beiden Seiten des Systems}) \tag{6.15}$$

Ferner gilt

$$\beta' = \frac{y'}{y} = \frac{a'}{a} \tag{6.16a}$$

bzw.

$$\bar{f} = \frac{a\beta'}{\beta' - 1} \tag{6.16b}$$

$$f' = \frac{a'}{1 - \beta'} \tag{6.16c}$$

und, wenn σ_F bzw. $\sigma'_{F'}$ der Winkel ist, den die von F bzw. F′ nach dem Endpunkt von y bzw. y' gehende Gerade mit der Achse bildet,

$$\tan\sigma_F = \frac{y'}{\bar{f}} \quad \text{bzw.} \quad \tan\sigma'_{F'} = \frac{y}{f'} \tag{6.17}$$

oder für kleine σ_F

$$\sigma_F = \frac{y'}{\bar{f}} \quad \text{bzw.} \quad \sigma'_{F'} = \frac{y}{f'} \tag{6.18}$$

Rückt y ins Unendliche (Fig. 6.3), so rückt y' nach F′, σ_F geht in σ_B bzw. $\sigma'_{F'}$ in σ'_B über, sofern y' ins Unendliche rückt, da in diesem Fall y in F steht. σ_B ist dann der objektseitige und σ'_B der bildseitige Gesichtswinkel, unter dem das Objekt bzw. das Bild von der zugehörigen Blende (EP bzw. AP) des Systems aus erscheint. Dann ergeben Gl. (6.17) bzw. (6.18) eine Definition der Brennweiten, nämlich:

$$\bar{f} = \frac{y'}{\tan\sigma_B} \quad \text{bzw.} \quad f' = \frac{y}{\tan\sigma'_B} \tag{6.17a}$$

oder für kleine Winkel:

$$\bar{f} = \frac{y'}{\sigma_B} \quad \text{bzw.} \quad f' = \frac{y}{\sigma'_B}. \tag{6.18a}$$

Bezeichnet h_1 die Einfallshöhe eines parallel zur optischen Achse einfallenden Strahles und ist σ'_v der Winkel (Bildseitiger Öffnungswinkel), unter dem er die optische Achse im Bildraum schneidet, so ist (Fig. 6.4)

$$f' = \frac{h_1}{\sigma'_v}$$

bzw. für endliche Winkel bei korrigierten Systemen (s. 6.1.1.5)

$$f' = \frac{h_1}{\sin \sigma'_v}. \tag{6.19}$$

Entsprechend gilt

$$\bar{f} = \frac{h_1}{\sigma_1}$$

bzw. für endliche Winkel bei korrigierten Systemen (s. 6.1.1.5)

$$\bar{f} = \frac{h_v}{\sin \sigma_1}, \tag{6.20}$$

wenn h_v die Höhe eines parallel zur optischen Achse an der letzten Fläche austretenden Strahles und σ_1 der Winkel ist, unter dem er die optische Achse im Objektraum schneidet. Durch Gl. (6.19) und (6.20) ist eine weitere Definition der Brennweiten gegeben.

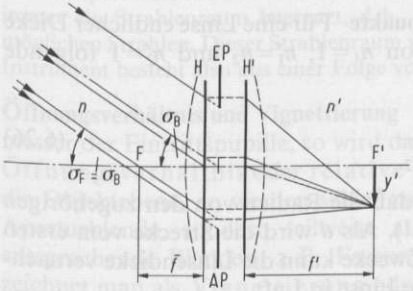

Fig. 6.3 Bildgröße, Objektbrennweite und objektseitiger Gesichtswinkel

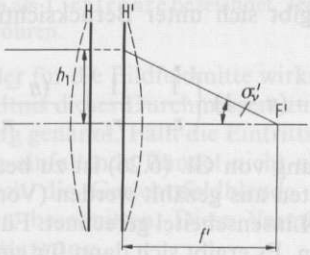

Fig. 6.4 Bildbrennweite, Einfallshöhe und bildseitiger Öffnungswinkel

Brennweite zusammengesetzter optischer Systeme Für die Zusammensetzung von zwei optischen Systemen I und II in Luft (Fig. 6.5) ergibt sich für den Abstand des Bildbrennpunktes F′ des Gesamtsystems vom Bildbrennpunkt F'_2 des Systems II:

$$F'_2F' = \frac{f'^2_2}{t}, \tag{6.21}$$

dabei ist t die optische Tubuslänge, die von F'_1 nach F_2 gezählt wird. Ferner ist die Brennweite f' des Gesamtsystems

$$f' = \frac{-f'_1 f'_2}{t}. \tag{6.22}$$

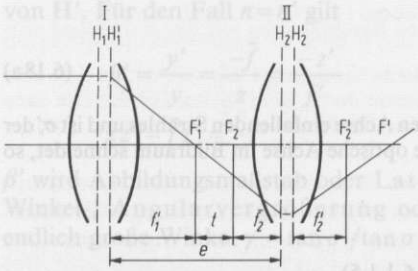

Fig. 6.5
Zusammengesetztes optisches System

Wird an Stelle der optischen Tubuslänge t der Abstand e der einander zugewandten Hauptpunkte eingesetzt, wobei von H_1' nach H_2 gezählt wird, so ergibt sich

$$\frac{1}{f'} = \frac{1}{f_1'} + \frac{1}{f_2'} - \frac{e}{f_1' f_2'} \tag{6.23}$$

$$f' = \frac{f_1' f_2'}{f_1' + f_2' - e} \tag{6.24}$$

Kann man e vernachlässigen, so geht (6.23) über in

$$\frac{1}{f'} = \frac{1}{f_1'} + \frac{1}{f_2'}, \tag{6.25}$$

d. h., die reziproken Brennweiten („Brechkräfte") addieren sich.

Brennweite einer Linse in Luft und Lage der Hauptpunkte Für eine Linse endlicher Dicke d in Luft ergibt sich unter Berücksichtigung von $n_1 = 1$; $n_1' = n_2$ und $n_2' = 1$ folgende Gleichung.

$$\frac{1}{f'} = (n-1)\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right) + \frac{(n-1)^2}{n}\,\frac{d}{r_1 r_2}. \tag{6.26}$$

Bei Anwendung von Gl. (6.26) ist zu beachten, daß die Radien von den zugehörigen Scheitelpunkten aus gezählt werden (Vorzeichen!). Als d wird die Strecke vom ersten zum zweiten Linsenscheitel gerechnet. Für viele Zwecke kann die Linsendicke vernachlässigt werden. Es ergibt sich dann für eine dünne Linse in Luft

$$\frac{1}{f'} = (n-1)\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right). \tag{6.27}$$

Da die Brennweiten von den zugehörigen Hauptpunkten aus gezählt werden, so ist die Lage der Hauptpunkte bzw. Hauptebenen von Wichtigkeit. Wird der Abstand des Bildhauptpunktes H′ vom zugehörigen Scheitelpunkt S_2 mit $s_{H'}'$ und der Abstand des Objekthauptpunktes H vom zugehörigen Scheitelpunkt S_1 mit s_H bezeichnet, so ist für eine Linse endlicher Dicke d

$$s_{H'}' = -\frac{n-1}{n}\cdot\frac{d}{r_1} f' \tag{6.28}$$

$$s_H = -\frac{n-1}{n}\cdot\frac{d}{r_2} f'. \tag{6.29}$$

6.1.1.4 Strahlenbegrenzung

Pupillen und Luken, Hauptstrahlen und Hauptschnitte Der Strahlenverlauf eines jeden optischen Systems, also auch jedes optischen Instrumentes, ist durch Blenden begrenzt. Als Eintrittspupille (EP) bezeichnet man die von einem Objektpunkt auf der Achse aus gesehen kleinste Blende oder, wenn diese nicht vor dem System liegt, deren durch die davorliegenden optischen Teile bewirktes Bild; als Austrittspupille (AP) das Bild der Eintrittspupille. Die reelle Blende selbst heißt Aperturblende oder Öffnungsblende. Der von einem außerhalb der Achse liegenden Objektpunkt nach der Mitte der Eintrittspupille gehende Strahl des Bündels heißt Hauptstrahl, die durch Hauptstrahl und Systemachse gehende Ebene Tangential- oder Meridionalebene, die durch den Hauptstrahl senkrecht dazu verlaufende Ebene Sagittal- oder Äquatorialebene.

Die Blenden begrenzen nicht nur die Öffnung der wirksamen Strahlenbündel, sondern auch das Gesichtsfeld. Denkt man sich die Aperturblende unendlich klein, so wird das Bündel der dann noch hindurchtretenden Hauptstrahlen irgendwo durch eine reelle Blende oder Fassung begrenzt. Diese Blende ist die Gesichtsfeldblende. Ihr gegebenenfalls durch davorliegende Teile des optischen Systems entworfenes Bild heißt Eintrittsluke (EL) und ihr Bild entsprechend Austrittsluke (AL). Die scheinbare Größe der Eintrittsluke, von der Mitte der Eintrittspupille aus gesehen, heißt objektseitiger oder wahrer Gesichtsfeldwinkel. Die scheinbare Größe der Austrittsluke, von der Mitte der Austrittspupille aus gesehen, heißt bildseitiger oder scheinbarer Gesichtsfeldwinkel.

Durch Aperturblende und Gesichtsfeldblende bzw. durch EP und EL oder durch AP und AL ist immer ein Strahlenraum begrenzt, d. h., die Gesamtheit der zwischen diesen beiden Blenden möglichen Strahlen. Dieser Strahlenraum wird auch als Lichtröhre bezeichnet. Jedes abbildende Instrument besteht also aus einer Folge von Lichtröhren.

Öffnungsverhältnis und Vignettierung Ist $2p$ der für die Bildfeldmitte wirksame Durchmesser der Eintrittspupille, so wird das Verhältnis dieses Durchmessers zur Brennweite Öffnungsverhältnis oder relative Öffnung genannt. Fällt die Eintrittsluke nicht in die Objektebene, so werden schief zur Achse einfallende Bündel nicht nur durch die Aperturblende, sondern teilweise auch durch die Gesichtsfeldblende oder andere entsprechende Blenden, z. B. Fassungsränder, beschnitten. Diese Verminderung bezeichnet man als Vignettierung oder Abschattung.

6.1.1.5 Abbildungsfehler

Man unterscheidet bei der Abbildung zwei Gruppen von Abbildungsfehlern: chromatische Fehler und die auch bei Verwendung monochromatischen Lichtes auftretenden Schärfenfehler. Während die chromatischen Fehler im wesentlichen durch die Dispersion der verwendeten Gläser bedingt sind, sind die Schärfenfehler als Abweichung idealen Gaußschen Abbildungsgesetze (s. 6.1.1.3) von den physikalisch durch das Brechungsgesetz bedingten Strahlenverläufen in optischen Elementen wie Linsen, Spiegeln, Prismen im allgemeinen unvermeidlich. Durch geschickte Wahl von Krümmungsradien, Brechzahlen, Abständen und Blendenlagen, Verwendung von asphärischen Flächen und Spiegeln kann der Optikkonstrukteur diese Fehler für eine spezielle Abbildungsaufgabe für ein vorgegebenes Abbildungsverhältnis, ein bestimmtes Öffnungsverhältnis und einen gegebenen Bildwinkel so klein machen, daß sie unbemerkt

bleiben oder doch wenigstens erträglich sind. Eine Abweichung von der vorgesehenen Benutzung vergrößert meist die Abbildungsfehler.

Chromatische Fehler Bei Verwendung brechender Substanzen sind infolge Dispersion auch im praxialen Gebiet Schnittweite und Brennweite wellenlängenabhängig. Man unterscheidet Farbortfehler oder chromatische Längsaberration, d. h. Veränderung der Schnittweite mit der Farbe, und chromatische Vergrößerungsdifferenz, da der Abbildungsmaßstab von der Brennweite abhängt und somit wellenlängenabhängig ist. Durch Kombination von sammelnden und zerstreuenden Linsen passender Einzelbrennweiten aus Gläsern mit verschiedener Dispersion (Kron- und Flintglas) läßt sich der Farbortfehler weitgehend beheben (Achromate). Ist Achromasie für zwei Farben erreicht, so heißen die dann noch bestehenden chromatischen Restfehler sekundäres Spektrum. Die chromatische Vergrößerungsdifferenz ist bei symmetrisch angeordneten und benutzten Linsensystemen auch bei Verwendung nur einer Glasart durch die Symmetrie der Anordnung selbst behoben. Ebenso kann dieser Fehler durch passendes Brennweitenverhältnis zweier Linsen, z. B. bei Okularen, auch bei Verwendung nur einer Glasart behoben werden.

Schärfenfehler Geht man vom paraxialen Gebiet zu endlichen Gesichts- und Öffnungswinkeln über (Seidelsches Gebiet), so treten auch bei Verwendung monochromatischen Lichtes fünf wesentliche Bildfehler (Seidelsche Bildfehler) auf, die für verschiedene Farben verschiedene Werte annehmen.

Öffnungsfehler (sphärische Aberrartion) und Sinusbedingung. Die von einem Objektpunkt auf der Achse ausgehenden Strahlen werden nicht in einem Bildpunkt vereinigt, sondern die unter verschiedenen Öffnungswinkeln bzw. in verschiedenen Einfallshöhen (Zonen) eintretenden Strahlen schneiden die optische Achse früher oder später als die paraxialen Strahlen (Unter- oder Überkorrektion). Die abbildenden Bündel bleiben aber rotationssymmetrisch. Die Abhängigkeit des Öffnungsfehlers von der Farbe heißt chromatische Differenz der sphärischen Aberration.

Nach Korrektion des Öffnungsfehlers wird ein axialer Objektpunkt durch endliche geöffnete Bündel in einen axialen Bildpunkt abgebildet. Um jedoch mit solchen Systemen auch Punkte abzubilden, die selbst nur in der Nähe des axialen Objektpunktes liegen, d. h. um kleine achsensenkrechte Flächenelemente abzubilden, ist Einhaltung der Sinusbedingung erforderlich, andernfalls überlagern sich die von den verschiedenen Zonen des Systems mit verschiedener Vergrößerung erzeugten Bilder des Flächenelementes. Die Abbildung wäre dann unscharf. Bedeutet n die Brechzahl im Objekt- und n' die im Bildraum und sind σ und σ' konjugierte Öffnungswinkel, so muß

$$\frac{\sin\sigma}{\sin\sigma'} = \frac{n'}{n} \cdot \beta' = \text{const} \tag{6.30}$$

sein. Liegt der Objektpunkt im Unendlichen und ist h die Einfallshöhe des betrachteten Strahls an der ersten Linsenfläche, so muß gelten

$$\frac{h}{\sin\sigma'} = f' = \text{const.} \tag{6.31}$$

Die notwendige Erfüllung der Sinusbedingungen zeigt, daß für solche Systeme von Hauptebenen nur im paraxialen Gebiet gesprochen werden kann. Im Seidelschen

Gebiet gehen diese in Hauptkugeln um den Objekt- bzw. Bildpunkt über. Systeme, für die die Sinusbedingung erfüllt ist und die gleichzeitig hinsichtlich des Öffnungsfehlers korrigiert sind, heißen Aplanate. Diejenigen Objekt- bzw. Bildpunkte, für die dieses der Fall ist, heißen aplanatische Punkte.

Koma (Asymmetriefehler). Befindet sich der Objektpunkt außerhalb der optischen Achse und wird das von ihm ausgehende Strahlenbündel durch eine Blende so begrenzt, daß der für dieses Bündel vorhandene Öffnungsfehler nicht rotationssymmetrisch zur Ausbildung kommt, so spricht man von der Koma oder vom Asymmetriefehler. Er entsteht dann vom Objektpunkt nicht, wie beim Öffnungsfehler, ein rotationssymmetrisches Zerstreuungsscheibchen, sondern dieses zeigt ein nach innen oder außen gerichtetes Schwänzchen (Innen- oder Außenkoma).

Die in der Zeichenebene (auch Meridional- oder Tangentialebene genannt) liegende Abweichung heißt meridionale oder tangentiale Koma. Die symmetrisch zum Hauptstrahl liegende Abweichung des in der Sagittalebene (auch Äquatorialebene genannt) verlaufenden Büschels heißt entsprechend sagittale Koma.

Astigmatismus. Ein Abbildungsfehler, der auch bei engen Bündeln auftritt und sich besonders bei photographischen Objektiven bemerkbar macht, ist der Astigmatismus schief gegen die Achse einfallender Lichtbündel. Wenn man in einem fernen Objektpunkt außerhalb der Achse eines optischen Systems ein zum Hauptstrahl senkrechtes rechtwinkliges Fadenkreuz anbringt, von dem der eine Faden zur Zeichen- oder Meridionalebene senkrecht steht, so werden infolge des Astigmatismus schiefer Bündel im allgemeinen beide Fäden zwar deutlich, aber in verschiedenen Abständen vom Objektiv abgebildet. Das von Meridionalstrahlen erzeugte Bild des einen Fadens liegt senkrecht zur Meridionalebene. Das Bild des anderen Fadens, das von Äquatorialstrahlen erzeugt wird, liegt senkrecht zu dem ersten Bild, also in der Zeichenebene. Der Abstand beider Bilder auf dem Hauptstrahl heißt astigmatische Differenz und der halbe Abstand Astigmatismus.

Bildfeldwölbung. In der Mitte zwischen den unter Astigmatismus erwähnten Bildern, die vom tangentialen bzw. sagittalen Büschel erzeugt werden, liegt die engste Einschnürung des Gesamtbündels. Diese Stelle zeigt den kleinsten Zerstreuungskreis (Kreis kleinster Verwirrung). Die Gesamtheit dieser Kreise liegt auf einer im allgemeinen gekrümmten Rotationsfläche (Schale der mittleren Bildfeldwölbung). Die Gesamtheit der Vereinigungspunkte der tangentialen bzw. sagittalen Büschel liegt auf der tangentialen bzw. sagittalen Bildschale, die rotationssymmetrisch zur optischen Achse sind und sich im axialen Bildpunkt berühren. Bei gut korrigierten photographischen Objektiven durchsetzen sich beide Bildflächen in einer zur Achse konzentrischen Kreislinie. Die Bildschalen sollen sich der Einstellebene möglichst gut anschmiegen.

Verzeichnung. Ändert sich der Abbildungsmaßstab mit dem Gesichtswinkel, so wird dieser Fehler Verzeichnung genannt, da hierdurch gerade Linien in der achsensenkrechten Bildebene gekrümmt abgebildet werden können. Nimmt der Abbildungsmaßstab zum Rande des Gesichtsfeldes hin zu, so spricht man von kissenförmiger, andernfalls von tonnenförmiger Verzeichnung. Für die Verzeichnung ist die Lage der bündelbegrenzenden Blende wesentlich. Unregelmäßige Verzeichnung wird Verzerrung genannt.

6.1.2 Meßmethoden an optischen Teilen und Systemen

6.1.2.1 Messung des Krümmungsradius einer Kugelfläche

Mechanische Messung von Krümmungsradien Hierbei wird der Kugelradius aus der Pfeilhöhe und dem Radius der Grundfläche einer Kugelkalotte bestimmt. Man benutzt dazu meist das Ringsphärometer (Fig. 6.6). Die Pfeilhöhe h wird an einem Maßstab S, der mit Hilfe eines Mikroskops M am Okularschraubenmikrometer O abgelesen werden kann, bestimmt. (Unsicherheit etwa $\pm 0{,}5\ \mu$m). Das Ringsphärometer besitzt auswechselbare Ringe R von verschiedenem Radius k. Dann ist

$$r = \frac{1}{2}\left(\frac{k^2}{h} + h\right). \tag{6.32}$$

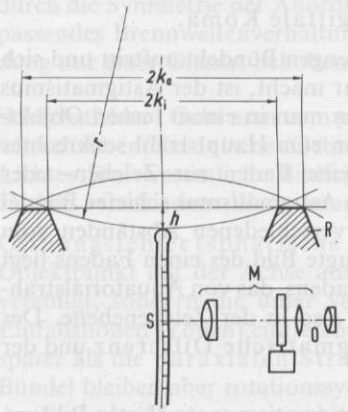

Fig. 6.6
Ringsphärometer

Bei den Auflageringen R sind die Schneiden auf einer ebenen Fläche etwas abgeschliffen, so daß der Auflagekreis für konkave Kugelflächen einen etwas größeren Radius als für konvexe hat (k_a bzw. k_i). Die Nullage des Maßstabes S wird durch Auflegen einer Planfläche bestimmt. Die Radien k der Sphärometerringe werden durch Komparatormessungen ermittelt. Infolge der unvermeidlichen Abrundung ihrer Auflagekanten bei Herstellung und Gebrauch ist es zweckmäßiger, die bei verschiedenen Radien r wirksamen Halbmesser k durch Kalibrierung mit optisch gefundenen Krümmungsradien von Kalibriergläsern zu bestimmen.

Oft ist der Radius $\bar{r}$ von Probeglaspaaren zu ermitteln. Hierbei erreicht man eine größere Meßgenauigkeit, wenn man unmittelbar die Summe s der Pfeilhöhen des konvexen und konkaven Probeglases ermittelt. Sind k_i und k_a die Radien der hierbei benutzten Sphärometerringe, so ist näherungsweise

$$\bar{r} = \frac{k_i^2 + k_a^2}{2s} + \frac{s}{4} \tag{6.33}$$

Optische Messung von Krümmungsradien durch Autokollimation Von dem beleuchteten Spalt Sp wird über den halbdurchlässigen Spiegel S von dem Objektiv O_1 das reelle Spaltbild Sp′ erzeugt (Fig. 6.7). Das Fadenkreuz Fk befindet sich in gleicher Entfernung vom Achsendurchstoßpunkt der Spiegelfläche wie der Spalt Sp. Das Okular Ok dient zur Beobachtung und wird gleichzeitig auf größte Schärfe des durch Autokollimation

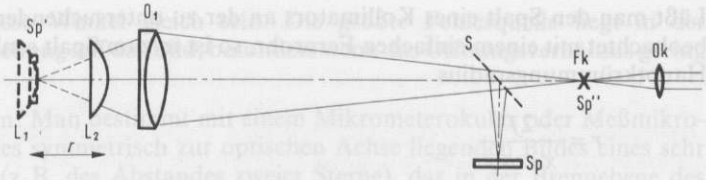

Fig. 6.7 Krümmungsradienmessung mit Autokollimation

erzeugten Spaltbildes Sp″ und des Fadenkreuzes bzw. auf die Parallaxenfreiheit beider zueinander eingestellt. In zwei Lagen L_1 und L_2 erzeugt die Fläche, deren Krümmungsradius bestimmt werden soll, in der Fadenkreuzmitte ein scharfes parallaxenfreies Spaltbild, und zwar wenn sich entweder ihr Krümmungsmittelpunkt oder die Fläche selbst an der Stelle des reellen Spaltbildes Sp′ befindet. Man stellt zunächst auf das Bild im Krümmungmittelpunkt ein, weil hierdurch die Justierung der Kugelfläche erleichtert wird. Diese muß so ausgerichtet sein, daß die Tangentialebene an der Stelle, wo das Spaltbild auf ihr entsteht, achsensenkrecht ist. Die Kugelfläche wird von der einen in die andere Lage in Achsenrichtung von O_1 verschoben. Die Größe der Verschiebung ist gleich dem Krümmungsradius. Es ist darauf zu achten, daß die wirksame Apertur des benutzten Objektives O_1 in beiden Lagen die gleiche ist. Da bei konkaven Flächen und bei konvexen Flächen mit kleinen Krümmungsradien (der Krümmungsradius darf im letzteren Falle nicht größer sein als der freie Objektabstand) Mikroobjektive mit großer Apertur angewandt werden können, ist die Meßgenauigkeit hier viel größer als beim Messen der Krümmungsradien von konvexen Flächen mit größerem Radius, da hierbei Fernrohrobjektive mit ihrer geringen Apertur und damit geringen Einstellgenauigkeit angewendet werden.

Anstatt auf größte Schärfe oder Parallaxenfreiheit einzstellen, kann man auch den Spalt mit zwei Querfäden versehen und mit einer geeigneten Strichplatte an Stelle des Fadenkreuzes auf gleichen Vergrößerungsbetrag einstellen. Zur Erhöhung der Meßgenauigkeit bei konvexen Flächen kann ein die Eintrittspupille teilender und die Meßapertur steigernder Prismenvorsatz benutzt werden, Rosenthal u. Franke (1951). Die gleiche Wirkung kann man durch Verwendung zweier Fernrohre mit der oben beschriebenen Autokollimationseinrichtung erzielen, deren Achsen so gerichtet sind, daß in der einen Stellung der zu untersuchenden Fläche jede Mark im gleichen Fernrohr, in der anderen Stellung aber im anderen Fernrohr eingestellt werden kann, Rosenhauer (1968).

Messung langer Krümmungsradien mittels Fernrohrs und Auszugsveränderung Stellt man das Fadenkreuz eines Autokollimationsfernrohres mit einer geeignet großen Objektivbrennweite f' nach Reflexion an der zu untersuchenden Fläche mit dem Krümmungsradius r auf sein eigenes Speigelbild ein, so zielen die aus dem Objektiv austretenden Strahlen auf den Krümmungsmittelpunkt des Prüflings hin. Gegenüber der Unendlichkeitseinstellung, die mit Hilfe eines guten geprüften Planspiegels festgestellt wird, ergibt sich dann eine Auszugsveränderung x des Fernrohrs. Hierbei soll die zu prüfende spiegelnde Fläche mit ihrem Scheitel im äußeren Brennpunkt des Objektivs des Autokollimationsfernrohres liegen. Aus der Newtonschen Abbildungsgleichung (6.13) folgt

$$r = \frac{f'^2}{x}. \tag{6.34}$$

Für Hohlflächen (r positiv) ist x negativ zu zählen (gegenüber der Unendlichkeitseinstellung wird der Fernrohrauszug verkürzt).

Läßt man den Spalt eines Kollimators an der zu untersuchenden Fläche spiegeln und beobachtet mit einem einfachen Fernrohr, so ist in zum Spalt senkrechter Richtung der Hauptkrümmungsradius

$$r = \frac{-2f'^2}{x \cos \varepsilon}, \tag{6.35}$$

wenn ε der Einfallswinkel der Strahlen auf dem Prüfling ist. Benutzt man statt des Spaltes ein Kreuz aus feinsten Fäden, so lassen sich Krümmungsradien von einigen Kilometern leicht messen. Hierbei ist x mehrfach zu messen und der Mittelwert zu nehmen. Es ist darauf zu achten, daß auch für die schräg auffallenden Strahlen die volle Öffnung der Objektive benutzt wird.

Weiterhin lassen sich Krümmungsmessungen mit Hilfe Newtonscher Ringe durchführen, Bergmann u. Schäfer (1978).

6.1.2.2 Messung der Brennweite

Die Brennweite ist die Entfernung vom Brennpunkt zum zugehörigen Hauptpunkt. Nur der als Schnittpunkt paraxialer Strahlenbündel auf der optischen Achse entstehende Brennpunkt (Gaußscher Brennpunkt) ist unabhängig von den optischen Restfehlern eines Systems. Gleiches gilt auch vom Hauptpunkt. Prinzipiell sollte daher die Brennweite bei sehr kleiner Öffnung und kleinem Bildwinkel gemessen werden. Dadurch wird aber die Meßunsicherheit sehr groß. Deshalb wird vielfach anstelle der paraxialen Brennweite eine praktische Brennweite gemessen (DIN 4521, DIN 58189). Infolgedessen ist es oft zweckmäßig, die Methode der Brennweitenmessung entsprechend der Benutzung des optischen Systems auszuwählen.

Aus den Krümmungsradien und der Brechzahl kann man die Brechkraft einer einfachen Linse nach Gl. (6.26) oder (6.27) berechnen. Darauf beruht die Einrichtung des sog. Brillenglassphärometers. Das in Taschenuhrform gebaute Instrument wird auf die zu messende Fläche gedrückt und dadurch ein federnder Stift je nach der Krümmung mehr oder weniger tief in das Gehäuse geschoben. Die Teilung gibt die Brechkraft F' der Fläche in Dioptrien unter der Annahme, daß die Brechzahl $n_B = 1{,}52$ ist. Die Summe der Brechkräfte für beide Flächen ist die Brechkraft der Linse unter Vernachlässigung der Dicke. Man kann auch die die Dicke berücksichtigende Gl. (6.26) benutzen.

Für eine Linse der Brechzahl n statt n_B ist, wenn F' abgelesen wird, die Brechkraft

$$F'_n = \frac{n-1}{n_B - 1} F'. \tag{6.36}$$

Für $n_B = 1{,}52$ ist dann

$$F'_n = \frac{n-1}{0{,}52} F'. \tag{6.37}$$

Aus Seh- oder Bildwinkel und Bild- oder Objektgröße Vorausgesetzt ist, daß das System innerhalb des benutzten Bildwinkels nicht verzeichnet, wovon man sich durch Verwendung verschieden großer Winkel überzeugt. Die Ergebnisse müssen innerhalb der

Fehlergrenzen für diese Winkel gleich sein. Die größte Fehlerquelle liegt in der Unsicherheit der Einstellung auf das Bild, besonders wenn das Öffnungsverhältnis gering ist.

Mittels Theodoliten. Man bestimmt mit einem Mikrometerokular oder Meßmikroskop die Größe $2y'$ des symmetrisch zur optischen Achse liegenden Bildes eines sehr fernen Gegenstandes (z. B. des Abstandes zweier Sterne), das in der Brennebene des Systems entsteht, und danach durch eine besondere Messung mit dem Theodoliten den Winkel $2\sigma_B$, unter dem der Gegenstand vom Orte des optischen Systems gesehen wird. Die Messung wird leicht durch Unruhe der Atmosphäre beeinträchtigt. Dann ist, falls vor und hinter der Linse das gleiche Medium ist, $\bar{f} = -f' = y'/\tan\sigma_B$ bzw. für kleine Winkel $\bar{f} = -f' = y'/\sigma_B$.

Durch Kollimator oder Fernrohr. Benutzt man zur Erzeugung des unendlich fernen Objektes einen Kollimator der Brennweite f'_K, in dessen Brennebene ein Objekt der Größe y steht, so gilt

$$-\frac{y}{y'} = \frac{f'_K}{f'} \quad \text{bzw.} \quad f' = \frac{-y'}{y} \cdot f'_K \quad \text{bzw.} \quad f' = -\beta' f'_K. \tag{6.38}$$

Um die Fehler klein zu halten, muß der Kollimator eine genügend große Brennweite (etwa $5f'$ bis $10f'$) haben. In Umkehrung des Strahlenganges kann an Stelle des Kollimators auch ein langbrennweitiges Fernrohr benutzt werden.

Am Goniometer. Für positive Systeme mittlerer Größe kann man die Messung vereinfachen, indem man den Winkel σ'_B auf der Bildseite mißt. Man stellt auf dem Goniometer dem Fernrohr das zu untersuchende optische System gegenüber, bringt in seiner Brennebene eine feine Teilung $2y$ an (in Fig. 6.8 an die Stelle M_1M_2) und bestimmt den Winkelwert $2\sigma_B$, unter dem die Teilung im Fernrohr erscheint. Die Öffnung des Fernrohrobjektivs sollte nicht kleiner als die des untersuchten Systems sein. Es ist, wenn $2y$ symmetrisch zur Achse liegt, nach Gl. (6.17) und (6.18)

$$f' = y/\tan\sigma'_B \quad \text{oder, für kleine Winkel,} \quad f' = y/\sigma'_B \tag{6.39}$$

Man mißt also nicht die auf der Seite der Teilung liegende Objekt-, sondern die entgegengesetzt liegende Brennweite. Nur in dem Falle, daß zwischen Teilung und optischem System die gleiche Brechzahl wie auf der entgegengesetzten Seite des Systems ist, sind die Werte der Brennweiten des Systems bis auf das Vorzeichen übereinstimmend.

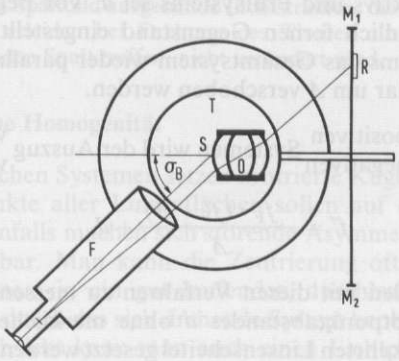

Fig. 6.8
Messung der Brennweite am Goniometer

Mit Hilfe der Vergrößerung läßt sich die Brennweite aus einem Vergrößerungswert und dem Abstand des Brennpunktes von Bild oder Gegenstand nach Gl. (6.12) ermitteln. Aus zwei Werten der Vergrößerung läßt sich die Brennweite feststellen, indem man für eine Lage des Objektivs den Abbildungsmaßstab β_1' und nach Verschiebung des Objektes um eine gemessene Strecke d (gezählt von Lage 1 zu Lage 2 in Lichtrichtung positiv) den zweiten Wert β_2' bestimmt. Dann ist

$$f' = d\,\frac{\beta_1'\beta_2'}{\beta_1' - \beta_2'} \tag{6.40}$$

Mit Mikroskop und Objektmikrometer. An dem zugehörigen Mikroskop kann man die Brennweite eines Mikroskopobjektivs messen, indem man auf eine feine Teilung (Objektmikrometer) einstellt und die durch das Objektiv erzielte Vergrößerung mit dem Okularmikrometer bestimmt. Damit hat man $\beta' = y'/y$. Um z' zur Verwendung in Gl. (6.12) zu erhalten, braucht man die Lage des hinteren Brennpunktes des Objektivs. Man bestimmt diese, indem man das Okular entfernt, in den Tubus ein Hilfsmikroskop einschiebt und auf den Ort des Bildes einstellt, den das zu untersuchende Objektiv von einem fernen Gegenstand erzeugt. Um die Lage des eingestellten Bildes im Tubus festzulegen, stellt man dann noch durch Verschieben des Hilfsmikroskops auf eine feste Ebene ein, etwa nach Fortnahme des Objektivs auf eine gegen das untere Ende des Tubus gelegte, mit einer Marke versehene Glasplatte, und mißt die Größe der Verschiebung. Man kann nun den Abstand z' des Brennpunktes von der Bildebene (Okularmikrometer) bestimmen.

Mit der numerischen Apertur. Ist die numerische Apertur A (s. **6.**1.3.5) bekannt, so läßt sich für ein Mikroskopobjektiv f' nach der Formel $f' = p/A$ ermitteln. Hierbei ist p der Radius des Kreises, in dem das Bündel die bildseitige Brennebene des Objektivs durchstößt. Bei einem Immersionssystem kann man auch so verfahren, daß man p ohne Benutzung der Immersionsflüssigkeit bestimmt oder besser ein Deckgläschen mit der Flüssigkeit an das Objektiv bringt (zwischen Deckglas und Kondensor aber keine Flüssigkeit). Dann hat das System die numerische Apertur 1, und es ist $f' = p$. Das Objektiv muß voll ausgeleuchtet sein.

Bei Systemen mit langen Brennweiten und kleinem Öffnungsverhältnis mittels Fernrohr und Auszugsveränderung. Vor das Objektiv eines Fernrohrs mit bekannter und möglichst großer Objektivbrennweite f_F' wird das zu untersuchende System gestellt. Der Abstand der einander zugekehrten Hauptpunkte des Fernrohrobjektivs und Prüfsystems sei d. Vor Beginn der Messung ist das Fernrohr auf einen unendlich fernen Gegenstand eingestellt worden. Um nach Vorschaltung des Prüfsystems das Gesamtsystem wieder parallaxenfrei auf Unendlich einzustellen, muß das Okular um Δ verschoben werden.

Bei $\begin{matrix}\text{positiven}\\ \text{negativen}\end{matrix}$ Systemen wird der Auszug $\begin{matrix}\text{verkürzt } (\Delta < 0)\\ \text{verlängert } (\Delta > 0)\end{matrix}$. Die gesuchte Brennweite ist

$$f' = \frac{-f_F' \cdot (f_F' + \Delta)}{\Delta} + d. \tag{6.41}$$

Bei den mit diesen Verfahren zu messenden großen Brennweiten kann an Stelle des Hauptpunktabstandes d ohne merklichen Fehler der Abstand der beiden einander zugekehrten Linsenscheitel gesetzt werden. Bei sehr großen Brennweiten geht die Formel

über in

$$f' = -\frac{f_F'^2}{\Delta}. \tag{6.42}$$

Bei Zerstreuungslinsen Da virtuelle Bilder von Zerstreuungslinsen mit langbrennweitigen Mikroskopobjektiven beobachtet und ausgemessen werden können, so können viele Verfahren, die zunächst nur für positive Linsen geeignet erscheinen, auch für negative Linsen benutzt werden.

Durch Kombination mit Sammellinse stärkerer Brechkraft. Man verbindet die Zerstreuungslinse mit einer Sammellinse stärkerer Brechkraft F_1', als die Zerstreuungslinse besitzt, und mißt die gemeinschaftliche Brechkraft F' nach einer der vorher angegebenen Methoden. Die (negative) Brechkraft der Zerstreuungslinse ist dann gleich der Differenz $F' - F_1'$, wenn man die Dicken vernachlässigt.

Aus dem von der Sonne erzeugten Lichtkreis. Man mißt die Größe des Lichtkreises, den die Zerstreuungslinse von der Sonne auf einen Schirm in gegebenem Abstand l entwirft. Bedeutet d den Durchmesser der Linsenöffnung, b den Durchmesser des Lichtkreises, so ist

$$f' = \frac{l \cdot d}{d - b + 0{,}0094 l}. \tag{6.43}$$

0,0094 ist der Tangens des scheinbaren Durchmessers der Sonne.

6.1.2.3 Bestimmung der Lage des Hauptpunktes

Bei in Luft befindlichen optischen Systemen fällt der Knotenpunkt mit dem Hauptpunkt zusammen. Man stellt gegenüber dem auf Unendlich eingestellten Kollimator eines Spektrometers auf dem Prismentisch das zu untersuchende optische System in Richtung seiner Achse (durch eine Schlittenbewegung) verschiebbar auf und beobachtet mit einer feststehenden Fadenkreuzlupe das Spaltbild. Das System wird so lange vor- und rückwärts verschoben, bis das Spaltbild beim Hinundherdrehen des Tischs fest stehenbleibt. Dann geht die Tischachse durch den dem Beobachter zugewandten Knotenpunkt. Man darf nicht um zu große Winkel hin und her drehen, weil sonst vielleicht die Verzeichnung eine Bewegung des Spaltbildes bewirkt.

Daß die Drehachse des Tisches tatsächlich durch den Knotenpunkt geht, erkennt man leicht, wenn man die Richtung des Strahlengangs umkehrt. Vom Spaltbild ausgehende Lichtstrahlen, die dann nach dem (jetzt vorderen) Knotenpunkt zielen, erleiden bei Drehung des Tisches nur eine Parallelverschiebung, wodurch der Ort, in dem sie den Spalt treffen, nicht verändert wird.

6.1.2.4 Zentrierung, Flächengüte und optische Homogenität

Zentrierung Fast alle Berechnungen an optischen Systemen setzen zentrierte Kugelflächen voraus, d. h. die Krümmungsmittelpunkte aller Linsenflächen sollen auf einer Geraden (der optischen Achse) liegen. Andernfalls machen sich störende Asymmetrien bei der Abbildung (Astigmatismus) bemerkbar. Man kann die Zentrierung oftmals dadurch prüfen, daß man das optische System in ein gut laufendes, durchbohrtes Drehbankfutter spannt und einen Lichtpunkt durch das sich drehende System beobachtet. An Stelle der Beobachtung in der Durchsicht kann man auch einen Lichtpunkt

beobachten, der an den einzelnen Flächen gespiegelt wird. Die Bilder des Lichtpunktes müssen vollständig stillstehen und auf einer geraden Linie liegen.

Eine andere Möglichkeit besteht darin, daß man die seitlichen Abweichungen der reflektierten Bilder eines eingespiegelten Lichtpunktes mit Hilfe eines Fernrohres (Theodolit) beobachtet und mißt.

Flächengüte (s. 6.4.2.3). Um die genaue Kugelgestalt von Linsenflächen zu prüfen wird fast ausschließlich die Probeglasmethode angewandt, da damit auch gleichzeitig die Einhaltung der vorgeschriebenen Krümmungsradien geprüft wird. Man beobachtet unter Beachtung größter Sauberkeit nach gehörigem Temperaturausgleich die Newtonschen Interferenzen, die an der zwischen Prüfling und Probeglas liegenden Luftschicht entstehen.

Eine weitere Möglichkeit besteht in der Anwendung eines Interferometers nach Twyman (s. 6.1.2.6). Zur Prüfung der Güte der Linsenoberfläche auf Kratzer genügt oft schon die Betrachtung der Linsenoberfläche mit einer Lupe bei passender seitlicher Beleuchtung.

Optische Homogenität Die für brechende optische Körper verwendeten Substanzen sollen im allgemeinen möglichst homogen sein, um einen regelmäßigen Strahlenverlauf sicherzustellen. Gläser dürfen also keine oder nur geringe Spannungen zeigen. Feingekühlte Objektivscheibengläser von beliebigem Durchmesser und Dicke sollen an keiner Stelle für sichtbares Licht eine Doppelbrechung $n_2 - n_1$ zeigen, die größer als 10^{-6} ist. Aber auch reflektierende Flächen oder Probegläser sollen weitgehend spannungsfrei sein, damit durch Temperaturschwankungen keine Änderung der Oberfläche ausgelöst werden kann. Weiterhin sollen in optischen Gläsern für brechende Zwecke keine Schlieren vorhanden sein, d. h. Stellen mit von der Umgebung abweichender Brechzahl.

Oft können die optischen Eigenschaften von Systemen dadurch verbessert werden, daß entsprechend der Beobachtung z. B. am Twyman-Interferometer lokale Retuschen der Oberflächen vorgenommen werden.

Auch sollen die optischen Materialien möglichst frei von Gasblasen, Steinen usw. sein. Zu bemerken ist, daß je nach Lage von solchen Unsauberkeiten im Strahlengang oft nur ein ganz geringer, nicht störender Lichtverlust auftritt, daß sie aber in der Nähe von Luken sehr stören können. Zur Messung und Festlegung des zugelassenen Betrages solcher Unsauberkeiten sind eine Reihe von Vorschlägen gemacht worden (DIN 3140, DIN 58170).

6.1.2.5 Messung von Prismenwinkeln, Ablenkungswinkeln und Brechzahlen

Oft befinden sich im Strahlengang Prismen oder Keile, deren Winkel oder Ablenkungswinkel geprüft werden sollen. Auch ist zur Bestimmung von Brechzahlen die genaue Kenntnis des brechenden Winkels χ erforderlich. (Zur Bestimmung von Brechzahlen s. auch 6.4.2.1).

Messung des Prismenwinkels χ Die Messungen erfolgen auf dem Goniometer. Nur sehr kleine Winkel lassen sich mittels Fernrohr oder mittels Interferenzverfahren bestimmen.

Ebenheit der Prismenflächen. Vor den eigentlichen Messungen mit dem Prisma muß die Beschaffenheit der brechenden Flächen geprüft werden. Erst wenn man ein Urteil über die Güte besitzt und den Grad der Ebenheit zahlenmäßig ausdrücken kann, ist man in der Lage, die Genauigkeit anzugeben, mit der sich die Brechzahl des Prismas

ermitteln lassen wird. Ohne Berücksichtigung der unvollkommenen Ebenheit können oft die systematischen Beobachtungsfehler das Vielfache der zufälligen betragen. Zum Beispiel bilden auf einer Fläche mit einem Krümmungsradius von 1 km zwei um 20 mm voneinander entfernte Flächenelemente bereits einen Winkel von 4,1″ miteinander. Hätte das Prisma also zwei derartige konvexe Flächen von 40 mm Breite, so würde der Prismenwinkel an der brechenden Kante schon um 16,4″ größer sein als in Nähe der Basis. Bei regelmäßig beschaffenen Flächen gilt das gemessene χ für die Mitten der vom Licht durchsetzten Flächenstücke.

Ausrichten des Prismas. Die Flächen des Prismas sind mittels Gaußschen oder Abbeschen Okulars parallel zur Drehachse des Goniometers auszurichten.

Hierbei stellt man das Prisma so auf das Tischchen, daß die eine der brechenden Flächen parallel zu einer der beiden horizontalen Drehachsen des Tischchens gerichtet ist. Dann dreht sich nämlich diese Fläche nur in sich selbst, wenn das Prisma um die zu ihr senkrechte Achse geneigt wird, wodurch man sich das Ausrichten sehr erleichtet.

Darauf verschiebt man das Prisma in eine solche Lage, daß die Mitten der zu benutzenden Flächenstücke genau zentrisch (sowohl seitlich wie in der Höhe) zum Lichtkegel (bei mit Licht voll ausgefülltem Objektiv) liegen. Denn auch mit Bezug auf die Objektive hat man darauf zu achten, daß die beiden Richtungsbestimmungen zur Messung eines Winkels für jedes Objektiv dieselben Stellen zur Wirkung gelangen. Bei größeren Objektiven können nämlich die Zonenfehler häufig viele Sekunden ausmachen. Nach der fertigen Zentrierung hat man nochmals beide Flächenparallel zur Drehachse zu berichtigen. Dieses genaue Zentrieren wird erleichtet, wenn das Prisma auf einem in der Höhe verstellbaren Tischchen steht, dessen Säule auf einem Kreuzschlitten befestigt ist, der sich in das eigentliche Goniometertischchen einschrauben läßt.

Messung von χ mit dem Gaußschen Okular. Man stellt die optische Achse des Autokollimationsfernrohrs nacheinander senkrecht auf die brechenden Flächen. Die Differenz der Ablesungen gibt $180° - \chi$.

Ein Verschieben der Lichtquelle zum Gaußschen Okular ändert oft merklich das Aussehen von Fadenkreuz und Spiegelbild. Die gegenseitige Lage von Okular und Lichtquelle darf daher während einer Messung von χ nicht geändert werden.

Bei genauen Messungen gebraucht man ein Fadensystem wie das in Fig. 6.9 gezeichnete und stellt so ein, daß das Bild der Fäden 3 und 4 (gestrichelt gezeichnet) genau zentrisch zwischen den reellen Fäden 4 und 5 (ausgezogen) zu liegen kommt, wobei also die gedachte Mittellinie M zwischen Faden 4 und seinem Bild 4 in sich gespiegelt wird. Das ist bedeutend empfindlicher abzuschätzen als das Aufeinanderfallen zweier Fäden. Bei großen Goniometern kann so der Einstellfehler für die einzelne Senkrechtstellung auf etwa 0,5″ herabgedrückt werden. Man beobachtet bei den Einstellungen die vertikalen Fäden immer dicht über dem Horizontalfaden.

Messung des Ablenkungswinkels δ nach der Methode der minimalen Ablenkung

Einstellung des Spaltbildes. Um das Spaltbild empfindlich auf den Vertikalfaden einstellen zu können, muß man die Spaltbreite sehr klein machen. Das ist oft mißlich und wird vermieden bei Gebrauch des Fadensystems von Fig. 6.9. Hier öffnet man den Spalt so weit, daß sein Bild nur sehr wenig breiter als der Abstand zweier Fäden ist (etwa 1 und 2), und stellt dann das Bild zentrisch auf diese beiden Fäden ein. Gewöhnlich wird so das Spaltbild symmetrisch zu den Fäden 1 und 2 gebracht mit einer Unsicherheit, die bei starker Fernrohrvergrößerung unter 0,5″ bleibt.

Berechnung der Brechzahl n und Messung von δ. Unter allen Methoden, die ein Prisma verwenden, läßt die der Minimalablenkung die höchste erreichbare Genauigkeit zu. Nach der Messung von χ hat man das Prisma durch Verschieben auf dem Tischchen richtig zum Strahlengang zu zentrieren und die brechenden Flächen oder

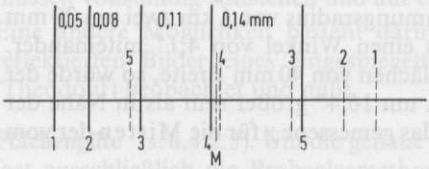

Fig. 6.9 Fadensystem des Gaußokulars

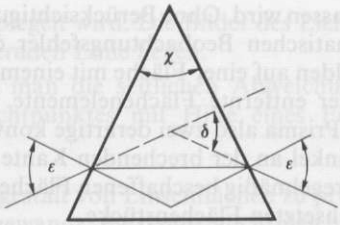

Fig. 6.10 Symmetrischer Durchgang beim Prisma

– was dasselbe ist – die brechende Kante parallel zur Drehachse auszurichten. Die Messungen erfolgen jetzt mit dem gewöhnlichen Okular (ohne beleuchtetes Fadenkreuz) bei Beleuchtung des Spaltrohrs mit demjenigen monochromatischen Licht, für welches n bestimmt werden soll. Die Ablenkung wird am kleinsten bei symmetrischem Durchgang (Fig. 6.10). Man dreht das Prisma und folgt der Verschiebung des Spaltbildes mit dem Fernrohr. In der Minimumstellung, von wo sich das Bild nach derselben Seite bewegt, man mag das Prisma links oder rechts drehen, fixiert man den Prismentisch, stellt nun den Vertikalfaden auf das Spaltbild ein und liest den Kreis ab. Diese Einstellung wird von der unmittelbaren Einstellung des Fernrohrs auf den Spalt (nach Wegnahme des Prismas) abgezogen und ergibt den Ablenkungswinkel δ.

Noch genauer findet man δ, wenn man den Strahl einmal nach links, das andere Mal nach rechts minimal ablenken läßt und von den beiden Einstellungen des Fernrohrs die halbe Differenz nimmt. Die Brechungszahl n berechnet sich zu

$$n = \frac{\sin \frac{1}{2}(\delta + \chi)}{\sin \frac{1}{2}\chi}, \tag{6.44}$$

weil der Einfallswinkel $\varepsilon = \frac{1}{2}(\delta + \chi)$ ist.

Zur Bestimmung kleiner Winkeldifferenzen z. B. bei der Messung der Differenz zweier Brechzahlen, also der Dispersion, oder bei Messung der Änderung der Brechzahl mit der Temperatur benutzt man mit Vorteil die oft an Goniometern oder an Refraktometern befindlichen Mikrometervorrichtungen. Man bestimmt dann eine Brechzahl, z. B. n_d, in der üblichen Weise und liest die Winkeldifferenzen der anderen an der Mikrometertrommel ab. Unter Benutzung der Formel zur Berechnung von n und im Hinblick darauf, daß die Winkeldifferenzen klein sind, lassen sich einfache Formeln zur Berechnung der Brechzahldifferenzen aufstellen.

Fehlerrechnung. Die Genauigkeit der Prismenmethoden wächst im allgemeinen mit dem Prismenwinkel. Nur muß dieser für die Minimummethode der Bedingung $\sin \frac{1}{2}\chi < \frac{1}{n}$ genügen. Gebräuchlich ist ein Winkel χ von etwa 60°. Für diesen Wert und $n = 1{,}52$ (leichtes Kronglas für die Wellenlänge $\lambda = 546$ nm) ergibt sich

$$\frac{\partial n}{\partial \chi} = -\frac{\sin \frac{1}{2}\delta}{2\left(\sin \frac{1}{2}\chi\right)^2} \quad \text{und} \quad \frac{\partial n}{\partial \delta} = \frac{\cos \frac{1}{2}(\delta + \chi)}{2 \sin \frac{1}{2}\chi}; \tag{6.45}$$

z. B. $\Delta n = -3{,}2 \cdot 10^{-6}$ für $\Delta\chi = 1''$ und $\Delta n = 1{,}6 \cdot 10^{-6}$ für $\Delta\delta = 0{,}5''$.

Genaue Minimumstellung des Prismas. In ihrer Nähe ändert sich δ nur sehr wenig mit ε. Weicht nämlich ε von dem für das Minimum geltenden richtigen Wert $(\delta+\chi)/2$ um $\Delta\varepsilon$ ab, so wird δ um die Größe

$$\Delta\delta = \tan\varepsilon\left(1 - \frac{\tan^2\frac{\chi}{2}}{\tan^2\varepsilon}\right)(\Delta\varepsilon)^2$$

unrichtig gemessen.

Danach ist zwar $\Delta\delta$ klein von zweiter Ordnung gegenüber dem $\Delta\varepsilon$, aber stets positiv. Bei der obigen Methode, das Prisma unter Beachtung des abgelenkten Spaltbildes zu drehen, bleibt deshalb ein kleiner einseitiger Fehler in δ bestehen, die Ablenkung fällt immer zu groß aus. Er läßt sich indessen völlig beseitigen, wenn man das Prisma folgendermaßen in die genaue Minimumlage stellt. Ist δ ungefähr bestimmt, so ist der richtige Einfallswinkel für das genaue Minimum $\varepsilon = \frac{1}{2}(\delta+\chi)$ bekannt, und das Prisma kann so unmittelbar auf diesen Einfallswinkel eingestellt werden. Zu dem Zwecke braucht man nur das Fernrohr aus der Richtung des nicht abgelenkten Strahles um die brechende Kante des Prismas herum um den Winkel $180° - 2\varepsilon$ zu drehen und das Prisma so einzustellen, daß die an der Prismenfläche gespiegelten Strahlen im Fernrohr ein Spaltbild zentrisch zum Vertikalfaden erzeugen. Da es hierbei keiner sonderlichen Genauigkeit bedarf, ist es meist möglich, das Fernrohr auf den nicht abgelenkten Strahl einzustellen, ohne das Prisma wegzunehmen, indem man das wenige an diesem vorbeigehende Licht benutzt. Nach dieser richtigen Einstellung des Prismas auf das Minimum werden dann die genauen Messungen mit dem abgelenkten Strahl ausgeführt. Auf diese Weise macht es keine Mühe, den Fehler z. B. unter $\Delta\varepsilon = \pm 30''$ zu halten; dem entspricht (n und χ wie im obigen Beispiel) $\Delta\delta = 0{,}004''$, eine verschwindend kleine Größe.

Gleichzeitige Messung vieler Spektrallinien. In ähnlicher Weise kann man auch im sichtbaren Spektrum verfahren, wenn für eine größere Anzahl von Spektrallinien die Brechzahlen bestimmt werden wollen. Das Prisma bleibt im Minimum für eine mittlere Linie stehen, und das Fernrohr wird der Reihe nach auf die einzelnen Linien eingestellt. Die Berechnung erfolgt dann so: δ_1 bedeutet den beobachteten Ablenkungswinkel einer Linie, ε_1 den zu beobachtenden Einfallswinkel, welcher für alle Linien gleich ist; dann gilt streng (auch im Falle eines beliebig gewählten ε_1), wenn man den zu ε_1 gehörigen Brechungswinkel ε' als Hilfsgröße einführt,

$$\tan\left(\varepsilon' - \frac{1}{2}\chi\right) = \frac{\tan\frac{1}{2}\chi\tan\left|\varepsilon_1 - \frac{1}{2}(\delta_1+\chi)\right|}{\tan\frac{1}{2}(\delta_1+\chi)} \quad \text{und} \quad n = \frac{\sin\varepsilon_1}{\sin\varepsilon'}. \tag{6.46}$$

Brechzahl von Kristallen Das Prisma muß, damit die Ergebnisse etwas Bestimmtes aussagen, in seiner Lage zu der Kristallform oder zu den optischen Achsen definiert sein. Ein einachsiger Kristall besitzt eine größte und eine kleinste Hauptbrechzahl, die man am einfachsten beide mittels eines Prismas bestimmt, dessen brechende Kante parallel der optischen Achse ist. Ein zweiachsiger Kristall besitzt eine größte, mittlere und kleinste Hauptbrechzahl, die man z. B. mittels dreier Prismen bestimmen kann, deren brechende Kanten je einer der drei optischen Symmetrieachsen parallel sind.

Brechzahl von Flüssigkeiten Zu untersuchende Flüssigkeiten werden in Hohlprismen eingefüllt, deren brechende Flächen aus planparallelen Glasplatten gebildet sind. Bei den besseren Glasprismen sind die beiden Seitenflächen so genau eben poliert, daß die aufgelegten geschliffenen Glasplatten allein durch die Adhäsion festgehalten werden.

Sonst werden sie durch federnde Vorrichtungen angepreßt oder angekittet. Da die Brechzahl der Flüssigkeiten in hohem Maße von der Temperatur abhängt, muß diese durch ein in die Flüssigkeit hineinragendes Thermometer genau gemessen werden. Zur Vermeidung von Schlieren ist ein Rührer zu benutzen. Zu genauen Messungen eignet sich ein kupfernes Hohlprisma (innen vergoldet). Es wird fest auf dem Spektrometertisch angeordnet und mit einem geeigneten Thermostaten verbunden, Rosenhauer (1969).

Die ebenen Deckplatten sind natürlich außer auf Ebenheit auch auf ihren Parallelismus hin zu prüfen. Ist die Beschaffenheit bekannt, so lassen sich die Beobachtungen für den brechenden Winkel und für die Ablenkung rechnerisch korrigieren. Sowohl hierbei als auch für das genaue Ausrichten bedarf man häufig der Kenntnis der Verschiebung eines Strahles beim Durchsetzen einer Glasplatte in Luft (Fig. 6.11). Die betreffende Verschiebungen sind

$$\overline{AB} = d \tan \varepsilon' \quad \text{und} \quad \overline{CD} = d \frac{\sin(\varepsilon - \varepsilon')}{\cos \varepsilon'}, \tag{6.47}$$

worin $\sin \varepsilon' = \dfrac{\sin \varepsilon}{n}$.

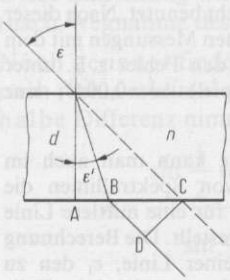

Fig. 6.11
Strahlenverlauf durch eine Planparallelplatte

Brechzahl von Gasen Auch die Brechzahlen von Gasen und Dämpfen lassen sich in mit diesen gefüllten Hohlprismen bestimmen. Dabei wird der Prismenwinkel sehr groß (bis zu 160°) gewählt. Man stellt das mit der Zimmerluft gefüllte Prisma symmetrisch zum einfallenden Strahl auf und dreht das Fernrohr auf Zusammenfallen von Spaltbild und Fadenkreuz. Wird dann die Beschaffenheit des Gases im Prisma geändert und dadurch eine Ablenkung δ (hier auf das richtige Vorzeichen achten) der Strahlen gegen vorher erzeugt, so gilt für das im Prisma enthaltene Gas wiederum

$$n = \frac{\sin \frac{1}{2}(\delta + \chi)}{\sin \frac{1}{2}\chi}.$$

Bei kleinem δ (in Radiant gemessen) ist das identisch mit

$$n = 1 + \frac{\delta}{2 \tan \frac{1}{2}\chi}.$$

Falls die Ablenkung sehr klein ist, mißt man sie nicht über einem Teilkreis, sondern mittels Mikrometervorrichtung zur Drehung des Fernrohrs oder mit Hilfe eines Okularmikrometers am Fernrohr.

Messung von Brechzahlen aus dem Grenzwinkel der Totalreflexion Der größte Brechungswinkel ε_G, bei dem ein Strahl aus einem Mittel in ein stärker brechendes eintreten kann, entspricht streifendem Eintritt, d. h. dem Einfallswinkel 90°. Sind n und n' die Brechzahlen ($n < n'$), ist also n'/n die Brechzahl des zweiten Mittels gegen das erste, so gilt $\sin 90°/\sin \varepsilon_G = n'/n$ oder $n/n' = \sin \varepsilon_G$. Dieselbe Beziehung gilt, wenn ein in dem Mittel n' verlaufender Strahl das schwächer brechende Mittel n trifft, für den Grenzwinkel ε_G der totalen Reflexion bzw. für den streifenden Austritt. Nach Beobachtung von ε_G kann somit, wenn die Brechzahl eines Mittels bekannt ist, diejenige des anderen berechnet werden.

Man unterscheidet daher Beobachtung der Grenze erstens im durchfallenden Licht bei streifendem Eintritt und zweitens im zurückgeworfenen Licht bei Totalspiegelung. Demnach stellt man bei Beleuchtung mit einer ausgedehnten Lichtquelle ohne Kollimator im ersten Fall zwischen hell und dunkel, im zweiten Fall zwischen hell und weniger hell ein. Naturgemäß ist im zweiten Fall die Grenzlinie von ε_G für das beobachtende Auge weniger deutlich ausgeprägt.

Ihre großen Vorzüge zeigt die Methode in ihrer Anwendung auf Flüssigkeiten, von denen man nur sehr geringe Mengen braucht, und von festen Körpern mit einer ebenen Fläche, die nur eine geringe Ausdehnung zu haben braucht (wichtig bei Kristallen), ferner in ihrer Anwendbarkeit auf unvollkommen durchsichtige Körper.

Sind beide Mittel mit n bzw. n' feste Körper, so bedürfen sie zur ihrer engen Berührung einer flüssigen Zwischenschicht von etwas höherer Brechzahl, als sie selbst besitzen. Geeignete derartige Flüssigkeiten sind: Kassiaöl $n_D = 1{,}60$, Zimtaldehyd C_9H_8O 1,62, α-Bromnaphthalin $C_{10}H_7Br$ 1,66, Methylenjodid CH_2J_2 1,74, Arsenbromid $AsBr_3$ 1,78 (giftig, Schmelzpunkt 20°), Bariumquecksilberjodid-Lösung 1,79 (Dichte 3,6), Phenyldijodarsen $C_6H_5AsJ_2$ 1,843; Flüssigkeiten mit noch höherer Brechzahl sind in der Literatur angegeben (Anderson u. Payne (1934)). Die Brechzahl n_1 der parallelen dünnen flüssigen Zwischenschicht geht nicht in die Rechnung ein, denn nach Fig. 6.12 ergibt sich

$$\frac{1}{\sin \varepsilon_1} = \frac{n_1}{n} \quad \text{und} \quad \frac{\sin \varepsilon_1}{\sin \varepsilon_G} = \frac{n'}{n_1}, \tag{6.48}$$

also wieder

$$\sin \varepsilon_G = n/n'.$$

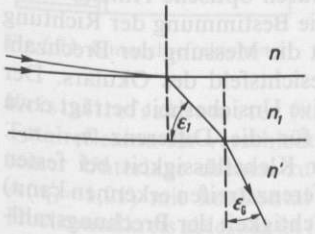

Fig. 6.12 Einfluß der Zwischenschicht auf den Grenzwinkel

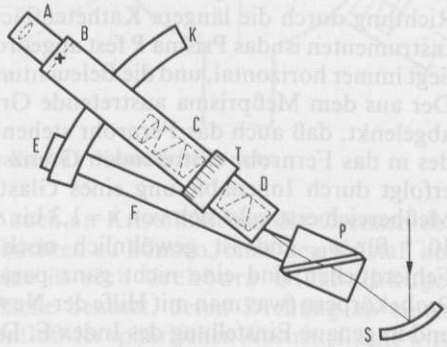

Fig. 6.13 Abbesches Refraktometer

Refraktometer von Abbe Dieses Instrument besitzt den Vorzug, daß gewöhnlich im durchfallenden Licht beobachtet wird (Fig. 6.13). Das Doppelprisma P aus stark brechenden (leicht verletzlichem) Flintglas kann gegen einen mit dem (auf Unendlich stehenden) Fernrohr fest verbundenen Teilkreis K meßbar gedreht werden. Der ganze Sektor K samt Fernrohr nebst dem drehbaren Arm F wird von einer Säule auf schwerem Metallfuß getragen. Um eine durchsichtige Flüssigkeit zu untersuchen, legt man das Gerät um, so daß die Hypotenusenfläche der Prismen horizontal liegt, schiebt dann das obere Prisma vorsichtig ab und, nachdem man einen Tropfen der Flüssigkeit aufgebracht hat, wieder auf. Man beobachtet in durchgehendem, streifend in das obere Prisma eintretendem Licht, das mit Hilfe des Spiegels S auf das Doppelprisma geworfen wird. Nachdem das Okular A auf das Fadenkreuz B scharf eingestellt ist, dreht man den Prisma und Index E verbindenen Arm F, bis die scharfe Lichtgrenze erscheint, und stellt sie auf den Fadenkreuzschnittpunkt ein. Der Index gibt dann auf dem empirisch geteilten Kreisbogen K unmittelbar die Brechzahl der Flüssigkeit für Na-Licht an. Ein Teil der Lichtstrahlen verläuft nämlich streifend in der dünnen Flüssigkeitsschicht.

Beleuchtet wird mit weißem Licht. Man erhält trotzdem eine scharfe Grenzlinie mit Hilfe eines im Inneren des Fernrohrs angebrachten Kompensators. Dieser besteht aus zwei genau gleichen, für Na-Licht geradsichtigen, dreiteiligen Amicischen Prismen C und D, die gegeneinander um die Fernrohrachse gedreht werden können. Aus dem an der Trommel T ablesbaren Winkel, den die Amici-Prismen bilden, wenn das Gesichtsfeld farblos ist, und aus der Brechzahl läßt sich mit Hilfe einer dem Instrument beigegebenen Tabelle die mittlere Dispersion $n_{F'} - n_{C'}$ der Probeflüssigkeit berechnen.

Von einem zu untersuchenden festen Körper klebt man eine ebene Fläche mit einer stärker brechenden Flüssigkeit unter das obere Prisma; das untere bleibt entfernt. Hat der Körper eine zum Lichteintritt geeignete Fläche, nämlich eine zur angeklebten brechenden Fläche ungefähr senkrechte Ebene mit scharfer Kante zwischen beiden, so kann man wieder im durchgehenden Licht beobachten. Man muß dann Sorge tragen, daß die Lichtquelle (z. B. eine mattierte elektrische Lampe) das Licht in Richtung der Hypotenusenfläche auf P sendet.

Hat der feste Körper keine geeignete Eintrittsfläche für das Licht oder ist es nur wenig durchsichtig oder hat man eine undurchsichtige Flüssigkeit zu untersuchen, so muß man im zurückgeworfenen Licht arbeiten. Das Licht wird dann in der geeigneten Richtung durch die längere Kathetenfläche in das obere Prisma gelenkt. Bei neueren Instrumenten ist das Prisma P fest angeordnet. Die Hypotenusenfläche des Meßprismas liegt immer horizontal, und die Beleuchtung durch das Hilfsprisma erfolgt von oben her. Der aus dem Meßprisma austretende Grenzstrahl wird durch optische Hilfsmittel so abgelenkt, daß auch das Fernrohr stehenbleiben kann. Die Bestimmung der Richtung des in das Fernrohr eintretenden Grenzstrahls und damit die Messung der Brechzahl erfolgt durch Innenablesung eines Glasteilkreises im Gesichtsfeld des Okulars. Der Meßbereich erstreckt sich von $n = 1{,}3$ bis $n = 1{,}7$. Die relative Unsicherheit beträgt etwa 10^{-4} für n_D und ist gewöhnlich noch etwas kleiner für die Differenz $n_{F'} - n_{C'}$. Fehlerquellen sind eine nicht ganz parallele Schicht der Klebeflüssigkeit bei festen Probekörpern (was man mit Hilfe der Newtonschen Interferenzstreifen erkennen kann) und ungenaue Einstellung des Index E. Diese sowie die Richtigkeit der Brechungszahlskala auf K prüft man mit Hilfe von Flüssigkeiten, namentlich Wasser, und Glasplatten, deren Brechzahl bekannt ist.

Wenn man nicht den verschieb- und festklemmbaren Index richtig einstellt, sondern Korrektionen an den Ablesungen anbringt, sind die ungleichen Abstände der Teilstriche an den verschiedenen Stellen der Teilung zu berücksichtigen. Nicht hinreichende Ebenheit der angeklebten Fläche des Probekörpers und nicht genügender Temperaturausgleich machen sich durch unscharfe Grenze der Totalreflexion bemerkbar.

Eintauchrefraktometer

Mit Okularskala. In Fig.6.13 denke man sich das obere Prisma P mit dem Fernrohr AD (aber als Handfernrohr) fest verbunden. Eine sehr feine Teilung auf einer dünnen Glasplatte befindet sich in der Brennebene B. Als Index für diese Skala dient die zu ihr senkrechte Grenzlinie der Totalreflexion selbst, welche über das Gesichtsfeld hin wandert. Wie aus Fig. 6.14 ersichtlich, taucht man das Fernrohr in die Flüssigkeit ein und liest im Gesichtsfelde des Okulars die Einstellung der Grenzlinie in Skalenteilen ab; die entsprechende Brechzahl ist ohne weiteres einer dem Apparat beigegebenen Tabelle für das zugehörige Pirsma P zu entnehmen. Die Beleuchtung für streifenden Eintritt des Lichts geschieht mittels Spiegel durch die eine Glaswand des Trogs hindurch. Bei manchen Geräten kann an der Teilung unmittelbar die Brechzahl abgelesen werden.

Bei der hohen Fernrohrvergrößerung, welche die Instrumente besitzen, ist die Meßgenauigkeit auf eine Einheit der fünften Dezimale gesteigert, dafür aber der Meßbereich nur klein. Dieser läßt sich aber erweitern, indem das Prisma P gegen andere Prismen (mit verschiedenen n' bzw. Prismenwinkeln) ausgewechselt wird. Der Meßbereich für die Brechzahl der Flüssigkeiten reicht so z. B. insgesamt von 1,326 bis 1,647. Die Kalibrierung mit Flüssigkeiten bekannter Brechzahl, mit Probeplättchen oder Probeprismen ist zur Vermeidung systematischer Fehler sorgfältig vorzunehmen.

Bei dem Refraktometer mit Durchflußküvette ist das Fernrohr unten mit einem Wärmebad verbunden, das einen Becher einschließt, durch den die Probeflüssigkeit hindurchfließen kann. Auch sind temperierbare Prismen vorgesehen.

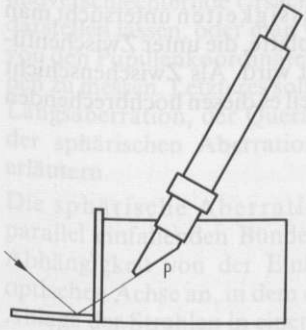

Fig. 6.14 Eintauchrefraktometer

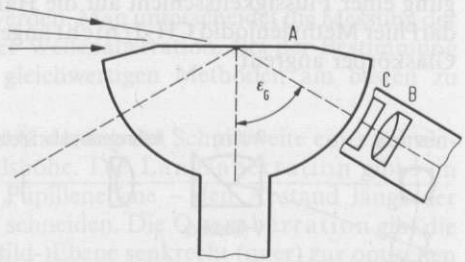

Fig. 6.15 Kristallrefraktometer

Kristallrefraktometer (nach Abbe). Um auch an Kristallflächen die Grenzen der Totalreflexion für verschiedene Azimute beobachten zu können, ohne den Kristall auf seiner Unterlage drehen zu müssen, wird eine in sich drehbare Glashalbkugel A($n'_D = 1{,}91$) mit horizontal liegender Planfläche benutzt, deren Drehung an einem Horizontalkreis ablesbar ist (Fig. 6.15). Der Einfluß der sphärischen Austrittsfläche wird entweder durch eine etwa 0,5 mm von A entfernte, am Fernrohrobjektiv B sitzende Plankonkavlinse C von gleichem Glase und Radius wie A oder allein durch ein

geeignet konstruiertes Fernrohrobjektiv kompensiert. Die ebene Fläche von C ist normal zur optischen Achse des Fernrohrs gerichtet. Diese ist durch ein zwischen B und dem Fadenkreuz gelegenes Spiegelprisma wieder gebrochen und mit einem Vertikalkreis um eine horizontale Achse drehbar, die durch den Mittelpunkt der Halbkugel geht und senkrecht zur Drehungsachse von A liegt. Zur Beobachtung der Grenzlinie an kleinen und mangelhaften Kristallflächen dient ein etwa dreimal verkleinerndes Fernrohr mit einer Blendenvorrichtung im Gesichtsfeld, welches es ermöglicht, nur einen bestimmten Teil der zu untersuchenden Kristallfläche zur Messung zu benutzen, da ja der Kristall in der Austrittspupille des Fernrohrs abgebildet wird. Für die Bestimmung der Gesamtdispersion bei weißem Licht wird das Okular durch ein geradsichtiges Okularspektroskop ersetzt, vor das noch ein Analysator zur Untersuchung der Polarisationsverhältnisse gesteckt werden kann.

Es kann sowohl im streifend über die Basisfläche von A in den Probekörper einfallenden als auch im zurück geworfenen Licht beobachtet werden. Man kann das Fernrohr auf die Grenzlinie sowohl rechts als auch links vom Glaskörper A einstellen und liest in beiden Fällen, da der Vertikalkreis zur Lage des Nonius entsprechend beziffert ist, unmittelbar den gesuchten Grenzwinkel ε_G ab, weil die Brechung an der Austrittsfläche von A fortfällt. Es ist also $n = n' \sin \varepsilon_G$. Die richtige Lage der Sehlinie zum Nullpunkt der Kreisteilung wird in der Weise nachgeprüft, daß man das ε_G für Luft auf beiden Seiten von A mißt und aus den beidseitigen Ablesungen das Mittel nimmt, welches den richtigen Wert von ε_G ergibt (dann wird $n' = 1/\sin \varepsilon_G$). Ist so die Nullpunktkorrektion nach Größe und Vorzeichen bekannt, dann genügt für weitere Messungen die Einstellung des Fernrohrs auf einer Seite von A. Auch muß die Grenzlinie (z. B. für Luft) ihre Lage zum Fadenkreuz beim Rotieren von A unverändert beibehalten, andernfalls ist die Halbkugel mittels ihrer Stellschrauben nachzurichten. Bei der Prüfung fester Probekörper ist die Flüssigkeitszwischenschicht in der Regel schwach keilförmig; der daraus entstehende Fehler wird beseitigt durch Mittelbildung der Ablesungen am Vertikalkreis in zwei um 180° auseinanderliegenden Azimuten von A. Flüssigkeiten untersucht man vorteilhaft in einer Glasröhre mit planparalleler Glasbodenplatte, die unter Zwischenfügung einer Flüssigkeitsschicht auf die Halbkugel aufgesetzt wird. Als Zwischenschicht darf hier Methylenjodid CH_2J_2 nicht angewandt werden, weil es diesen hochbrechenden Glaskörper angreift.

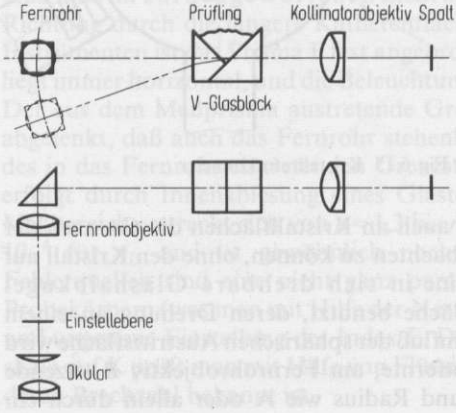

Fig. 6.16
Grundriß und Vorderansicht des Hilger-Chance-Refraktometer

Refraktometer nach Hilger-Chance. Bei diesem Refraktometer wird durch zwei Prismen mit bekannten Winkeln und Brechzahlen ein Hohlraum mit einem 90°-Winkel gebildet (Fig. 6.16). Seitlich ist dieser Hohlraum durch zwei aufgekittete Glasplatten begrenzt. Wird in den Hohlraum eine Flüssigkeit eingefüllt, die die gleiche Brechzahl wie die Begrenzungsprismen hat, so stellt das Ganze eine planparallele Platte dar, anderfalls treten Ablenkungen auf. Mit Hilfe eines drehbaren Fernrohrs können diese Winkel gemessen und die Brechzahl kann aus Tabellen unmittelbar abgelesen werden. Mit Immersionsflüssigkeit eingebrachte, rechtwinklig begrenzte Probeprismen gestatten, auch Brechzahlen fester Körper zu bestimmen. Die Meßunsicherheit beträgt $\pm 1 \cdot 10^{-5}$.

Automatische Refraktometer. Neuere Konstruktionen der Refraktometer z. B. nach Abbe und Hilger-Chance haben anstelle der visuellen Ablesung und der Einstellung von Hand photoelektrische Ableseeinrichtungen und eine automatische Nachführung mit digitaler Anzeige. Mit Hilfe von im Gerät eingebauten Minicomputern lassen sich für die Ausgabe der Meßwerte verschiedene Brechzahl-Konzentrationsbeziehungen für die untersuchten Stoffe benutzen, und gegebenenfalls können auch Temperaturkorrekturen berücksichtigt werden. Ebenso können Mittelwerte mehrerer Messungen ausgegeben werden. Die Empfindlichkeit dieser Geräte kann bei der Brechzahl 1 bis $2 \cdot 10^{-5}$ erreichen.

6.1.2.6 Bestimmung von Abbildungsfehlern

Abbildungen mit optischen Systemen bei endlichen Öffnungen und endlichen Bildwinkeln folgen nicht streng den Regeln der Gaußschen Optik. Diese physikalisch (durch das Brechungsgesetz und die Beugung) bedingten Restfehler werden vom Optikkonstrukteur für die spezielle Abbildungsaufgabe so gering wie möglich gemacht. Mit den Restfehlern hängt die Qualität des Abbildungssystems zusammen. Es gbit zwei Methoden, die Einflüsse dieser Restfehler zu messen: Entweder man bestimmt die optische Übertragungsfunktion (s. **6**.1.2.7) als ein integrales Bildgütemaß, in dem sich die Restfehler als bildverschlechternde Ursache gemeinsam mit der Beugungsunschärfe zusammenfassend darstellen lassen, oder man versucht, die Seidelschen Bildfehler und die Farbfehler, die von den Pupillenkoordinaten und Bildfeldkoordinaten abhängen, als Strahlenaberrationen zu messen. Letzteres soll hier aufgezeigt werden. Man unterscheidet die Messung der Längsaberration, der Queraberration und der Wellenaberration. Bei der Bestimmung der sphärischen Aberration sind die drei gleichwertigen Methoden am besten zu erläutern.

Die sphärische Aberration beschreibt die Änderung der Schnittweite eines achsenparallel einfallenden Bündels mit der Einfallshöhe. Die Längsaberration gibt – in Abhängigkeit von der Einfallshöhe in der Pupillenebene – den Abstand längs der optischen Achse an, in dem die Strahlen diese schneiden. Die Queraberration gibt die Ablage der Strahlen in einer vorgegebenen (Bild-)Ebene senkrecht (quer) zur optischen Achse an in Abhängigkeit von den Eintrittspupillenkoordinaten des Strahls. Die Wellenaberration gibt die Wellendeformation am Pupillenpunkt in Einheiten der Wellenlänge der Strahlung an, die nötig ist, um die zum Bildpunkt zielende ideale Kugelwelle zu den durch die Längs- oder Queraberration angegeben abliegenden Bildpunkten zu leiten. Aus vorstehendem ist erkennbar, daß die drei Darstellungsweisen mathematisch eindeutig umkehrbar ineinander umrechenbar sind.

Zur Ermittlung der Quer- oder Längsaberration benötigt man Blenden in der Pupillenebene, die ein schmales, von einem weit entfernten Objektpunkt ausgehendes Bündel durch den Prüfling lassen. Die Blenden bestehen entweder aus kleinen Löchern, die in

der Achse in verschiedenen Eintrittshöhen liegen, oder aus kreisförmigen, konzentrisch zur Achse angebrachten Ringen zunehmenden Durchmessers. Werden die Schnittpunkte der Teilbündel längs der optischen Achse (bei sphärischer Aberration) oder längs des Hauptstrahls (bei Koma) in Abhängigkeit von der Pupillenposition der Blenden bestimmt, so erhält man die Längsaberration. Wird dagegen die Ablage der Durchstoßungspunkte der Bündel vom Bildpunkt in der senkrecht zur optischen Achse liegenden Bildebene gemessen, z. B. photographisch oder mit Hilfe von Photozellen, so erhält man die Queraberration.

Zwei ältere, aber noch vielfach gebräuchliche Meßverfahren für die Längs- oder Queraberration seien erwähnt: das Verfahren von Hartmann und das Wetthauer-Verfahren. Bei der Hartmannschen Methode wird ein weitentfernter (oder in der Brennebene eines Hilfskollimators befindlicher) Objektpunkt, der auf der horizontalen Objektviachse liegt, durch eine Anzahl von Blendenlöchern vor der Eintrittspupille des Prüflings in die Bildebene abgebildet (Fig. 6.17). Stellt man nun vor der Bildebene eine photographische Platte auf, dann entsteht auf ihr eine lagerichtige Projektion der Lochreihen. Danach wird die Platte in einem bekannten Abstand von der ersten Stellung hinter der Brennebene aufgestellt. Die Löcher in der Pupille projizieren sich jetzt in der entgegengesetzten Reihenfolge. In beiden Stellungen werden die Durchstoßungshöhen vom Bezugsstrahl (Achsenstrahl oder Hauptstrahl) mit einem Meßmikroskop gemessen. Mit Hilfe des Strahlensatzes kann man entweder die Queraberration in der Bildebene zwischen beiden Meßebenen berechnen oder aus dem Schnittpunkt aller Strahlen mit dem Bezugsstrahl die Längsaberration ermitteln. Analog erhält man für einen außeraxialen Objektpunkt die Schnittweiten der Strahlen auf dem Hauptstrahl oder die entsprechenden Queraberrationen, wenn man das Objektiv samt Photoplattenhalterung in den Bezugsebenen um eine Vertikalachse durch die Eintrittspupille schwenkt.

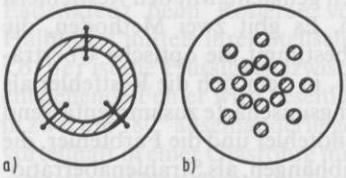

Fig. 6.17 Zonenblenden zur Bestimmung der sphärischen Aberration

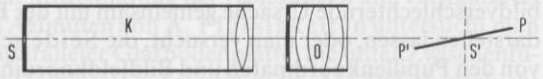

Fig. 6.18 Methode der streifenden Abbildung nach Wetthauer

Bei der Wetthauerschen Methode (Fig. 6.18) wird statt der Lochblende ein vertikaler Spalt S in der Brennebene des Kollimators K eingesetzt. Von den Blendenlöchern werden nur jeweils zwei symmetrisch zur optischen Achse nacheinander freigegeben. Durch jedes der beiden Löcher bildet das Prüfobjektiv O den Spalt ab. In der Nähe der Bildebene verschmelzen beide Bilder. Dieses Bild wird nun auf einer Platte PP′ photographiert, die um die horizontal und achsensenkrecht durch die Mitte des Spaltbildes bei S′ hindurchgehende Gerade um einen kleinen Winkel von etwa 5° aus der Horizontalen gedreht ist. Aus der entstehenden Aufnahme kann man gegebenenfalls durch Nachverzögerung die genauen Schnittpunkte der Teilbilder feststellen. Es wird eine Reihe von Aufnahmen gemacht, bei denen der Abstand der Blendenlöcher voneinander geändert und gleichzeitig die photographische Platte horizontal verschoben wird.

Die Genauigkeit der vorstehend beschriebenen Verfahren ist durch die Beugungsunschärfe an den recht kleinen Blendöffnungen begrenzt. Dies wird vermieden bei der Messung der Wellenaberration, bei der immer die ganze Eintrittspupille gleichzeitig benutzt wird. Man unterscheidet 2 Arten von Interferometern, nämlich Interferometer vom Michelson-Typ, bei denen die deformierte Wellenfront des Prüflings mit einer idealen Wellenfront interferometrisch verglichen wird, und Shearing-Interferometer,

bei denen die deformierte Wellenfront des Prüflings mit der verschobenen Wellenfront des Prüflings zur Interferenz gebracht wird. Man benötigt in Interferometern monochromatisches kohärentes Licht. Mit der Einführung des Lasers als intensive Lichtquelle mit großer räumlicher Kohärenzlänge hat diese Art der Prüfung an Bedeutung gewonnen (s. auch 6.4).

Beim Twyman-Green-Interferometer fällt die aus einem Kollimator K (Fig. 6.19) kommende ebene monochromatische Welle auf eine Teilerplatte Te. Der eine Teil läuft zum Planspiegel Sp und gelangt nach der Reflexion über die Teilerplatte in das Objektiv F, welches ein Bild der Pupille des Objektivs entwirft. Der andere Teil geht durch den Prüfling Pr, fällt auf den konzentrisch zum Brennpunkt des Prüflings aufgestellten Kugelspiegel K, durchsetzt den Prüfling ein zweites Mal und vereinigt sich am Teilerspiegel mit der über den Planspiegel gelaufenen Wellenfront. Das Objektiv F bildet die Pupille des Prüflings in die Brennebene eines Okulars oder einer Kamera ab. Man beobachtet Interferenzstreifen, deren Abstand wegen des doppelten Durchgangs durch den Prüfling eine Deformation der Wellenfront um jeweils $\lambda/2$ entspricht. Das Prüfobjektiv kann um seinen hinteren Knotenpunkt geschwenkt werden, um die Wellenfrontdeformation auch für außeraxial gelegene Objektpunkt zu untersuchen.

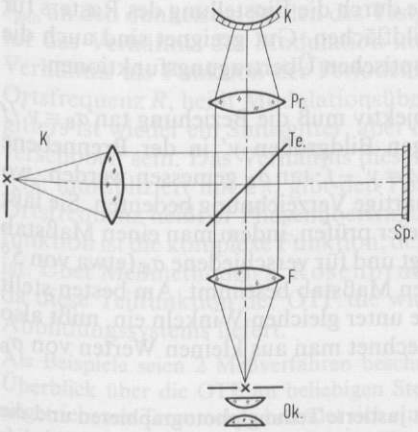

Fig. 6.19 Twyman-Green-Interferometer

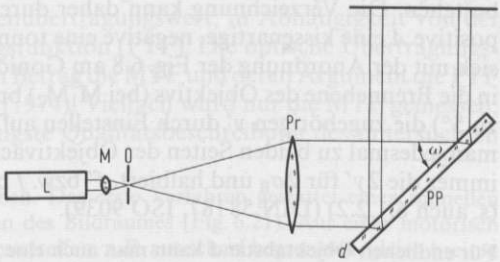

Fig. 6.20 Planplatten-Shearinginterferometer

Ein einfaches Shearing-(„Verschiebe"-)Interferometer ist das Planplatteninterferometer (Fig. 6.20). Das vom Laser L ausgehende parallele Lichtbündel wird mit Hilfe eines Mikroobjektivs M oder eines anderen kurzbrennweitigen Objektivs größerer Öffnung auf eine kleine Lochblende O fokussiert. Diese Lochblende dient als Objektpunkt für das zu untersuchende Objektiv Pr und wird von ihm ins Unendliche abgebildet. In das so erzeugte Parallelbündel wird eine dicke Planparallelplatte PP gestellt. Die an der Vorderfläche und Rückfläche der Planplatte reflektierten Wellenfronten interferieren. Aus dem Streifenmuster im Überlagerungsgebiet der interferierenden Bündel kann die Funktion $\Delta W(x,y) = W(x,y) - W(x+s,y)$ ausgewertet und die gesuchte Wellenaberration $W(x,y)$ (x, y Pupillenkoordinaten) gefunden werden. Dabei ist zu beachten, daß der Abstand der hellen (oder dunklen) Streifen jeweils eine Wellenlänge des Laserlichts beträgt. Mit den bisher beschriebenen Verfahren lassen sich besonders gut die Bildfehler

bestimmen, die hauptsächlich von den Pupillenkoordinaten abhängen, also die sphärische Aberration und die Koma; bei den Bildfehlern, die vorwiegend vom Bildwinkel abhängen, wie Bildfeldwölbung, Astigmatismus und Verzeichnung, können diese Verfahren zum Teil zwar auch benutzt werden, da diese Bildfehler meist in Kombination mit sphärischer Aberration und Koma auftreten; jedoch empfehlen sich meist andere Methoden.

Astigmatismus und Bildfeldwölbung

Untersuchung am Goniometer (s. **6**.1.2.2) mit gegen den normalen Gebrauch umgekehrter Richtung des Strahlenganges. Das photographische Objektiv O (Fig. 6.8) wird auf das Tischchen T gestellt, so daß die vertikale Drehachse nahezu durch den vorderen Scheitel S geht. Senkrecht zur Achse des photographischen Objektivs ist nahe der Brennebene und in meßbar veränderlichem Abstand vom Objektiv eine horizontale Schiene M_1M_2 angebracht, auf der ein beleuchtetes Raster R (Gitter, Spalt) verschoben werden kann. Für die Bestimmung der meridionalen Bildfläche liegen die Striche des Rasters vertikal, für die der sagittalen horizontal. Man stellt nun für verschiedene Winkel σ das Raster durch Änderung der Entfernung der Schiene vom Objektiv so ein, daß es in dem auf Unendlich eingestellten Goniometerfernrohr F scharf erscheint, und bestimmt den Abstand des Rasters von der Brennebene, die durch die Einstellung des Rasters für $\sigma = 0$ gegeben ist. Man erhält so die Lage der Bildflächen. Gut geeignet sind auch die meisten Meßverfahren für die Bestimmung der optischen Übertragungsfunktionen.

Verzeichnung Bei einem verzeichnungsfreien Objektiv muß die Beziehung $\tan\sigma_B = y'/f$ für alle Einfallswinkel σ_B und die dazugehörigen Bildgrößen y' in der Brennebene bestehen. Die Verzeichnung kann daher durch $\Lambda = y' - f \cdot \tan\sigma_B$ gemessen werden, wo positive Λ eine kissenartige, negative eine tonnenartige Verzeichnung bedeuten. Sie läßt sich mit der Anordnung der Fig. 6.8 am Goniometer prüfen, indem man einen Maßstab in die Brennebene des Objektivs (bei M_1M_2) bringt und für verschiedene σ_B (etwa von 5° zu 5°) die zugehörigen y' durch Einstellen auf den Maßstab bestimmt. Am besten stellt man jedesmal zu beiden Seiten der Objektivachse unter gleichen Winkeln ein, mißt also immer die $2y'$ für $2\sigma_B$ und halbiert. f' bzw. f berechnet man aus kleinen Werten von σ_B (s. auch **6**.1.2.2) (DIN 58187, ISO 9039).

Für endlichen Objektabstand kann man auch eine gut justierte Teilung photographieren und die Verzeichnung durch Ausmessung des Bildes bestimmen. Bei kurzbrennweitigen Objektiven ist dies Verfahren auch für Einstellung auf Unendlich anwendbar.

6.1.2.7 Die optische Übertragungsfunktion

Die optische Übertragungsfunktion (optical transfer funktion) OTF beschreibt die bilderzeugenden Eigenschaften eines optischen Systems und hilft bei der Konstruktion von Systemen, die aus mehreren Abbildungsschritten bestehen. Sie ersetzt subjektive Angaben wie Auflösungsvermögen, Kantenschärfe, Kontrastwiedergabe. Definition der OTF und mathematische Zusammenhänge gestatten es, aus ihr die Abbildung jedes beliebigen Objektes zu berechnen, insbesondere also die Wiedergabe von Kanten, Spalten und Punkten (DIN 58185, ISO 9334, 9335, 9336). Ferner ist es möglich, aus den geometrischen Bildfehlern, insbesondere der Wellenaberration, und der die Pupille begrenzenden Apertur die OTF zu berechnen. Man kann auch direkt aus den Konstruktionsdaten eines optischen Systems, nämlich den Krümmungsradien, Brech-

zahlen, Abständen und Blenden die OTF für die verschiedenen Parameter wie Wellenlänge, Bildwinkel, Objektorientierung (radial oder tangential), Blendenzahl und Fokussierung berechnen. Schließlich gibt es auch zahlreiche Meßverfahren, um diese Funktion an den verschiedensten optischen Systemen zu bestimmen. Falls die wichtigsten Voraussetzungen für ihre Anwendbarkeit im Rahmen der geforderten Genauigkeit erfüllt sind, ist die OTF von zentraler Bedeutung für die Qualitätsbeschreibung optischer Systeme.

Diese Bedingungen sind Isoplanasie, d. h., die Änderung der OTF soll klein sein in dem Bildwinkelbereich, der durch die Ausdehnung des Bildes eines punktförmigen Objektes eingenommen wird, Linearität der Abbildung bzgl. der Leuchtdichte oder Beleuchtungsstärke des Objekts, und Inkohärenz der Objektbeleuchtung, so daß auch die kleinsten abgebildeten Objektdetails noch nicht miteinander interferieren können. Diese Bedingungen sind für alle praktischen Abbildungsaufgaben erfüllt.

Die OTF kann als Fouriertransformierte der Intensitätsverteilung eines Punktbildes betrachtet werden oder als Modulationsübertragungsfunktion und Phasenübertragungsfunktion von sinusförmigen Leuchtdichte- oder Beleuchtungsstärkeverteilungen verschiedener Periodenlänge. Dabei ist die Modulation (Kontrast) $M=(J_{max}-J_{min})/(J_{max}+J_{min})$, wobei J_{max} die Leuchtdichte oder Beleuchtungsstärke an den hellsten und J_{min} an den dunkelsten Stellen des Testgitters ist, und der Modulationsübertragungsfaktor das Verhältnis der Modulation im Bild zur Modulation im Objekt angibt. Dieses Verhältnis als Funktion der Periodenlänge des Sinusgitters oder ihres Kehrwerts, der Ortsfrequenz R, heißt Modulationsübertragungsfunktion (MTF). Das Bild eines Sinusgitters ist wieder ein Sinusgitter, aber es kann seitlich von seiner geometrischen Sollage verschoben sein. Das Verhältnis dieser Verschiebung zur Periodenlänge des Objektgitters, multipliziert mit 2π, gibt den Phasenübertragungswert; in Abhängigkeit von der Ortsfrequenz heißt er Phasenübertragungsfunktion (PTF). Die optische Übertragungsfunktion ist die komplexe Funktion, deren Betrag die MTF und deren Argument die PTF ist. Über Meßmethoden s. Rosenbruch (1974). Vielfach wurd nur die MTF gemessen, da diese Teilfunktion der OTF die wichtigste Qualitätsbeschreibung des untersuchten Abbildungssystems liefert.

Als Beispiele seien 2 Meßverfahren beschrieben. Das erste Verfahren gestattet einen schnellen Überblick über die OTF an beliebigen Stellen des Bildraumes (Fig. 6.21). Auf einer motorisch angetriebenen Trommel Tr befindet sich ein Teststreifen, z. B. aus scharf begrenzten, gleich breiten durchsichtigen und undurchsichtigen Gitterstreifen, die parallel zur Rotationsachse liegen. Die Modulation M_0 ist bis zu den feinsten Gitterstreifen konstant gleich 1. Diese Testtrommel ist genau

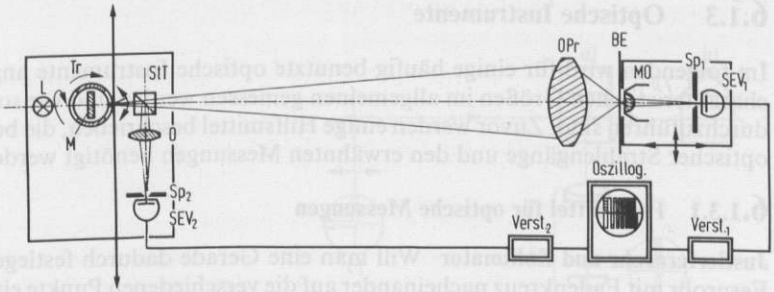

Fig. 6.21 Meßverfahren zur Bestimmung der OTF

parallel zur Bildebene BE des Prüflings OPr verschiebbar und zur Einstellung verschiedener Azimute um den Hauptstrahl des Systems drehbar, damit u. a. die meridionalen und sagittalen Abbildungen untersucht werden können. Die Länge der Gitterteile mit konstanter Ortsfrequenz ist gleich. Die Beleuchtung erfolgt inkohärent durch eine passende Lichtquelle L und Streuscheibe M. Will man ein Kollimatorobjektiv vermeiden, so muß der Abstand Prüfling – Testrommel im Verhältnis zur Prüflingsbrennweite so groß sein, daß hierdurch die Korrektion nicht gestört wird.

Das vom Prüfling erzeugte Bild wird durch ein Mikroobjektiv MO genügend großer Aperatur auf den um die optische Achse drehbaren Abtastspalt Sp_1 abgebildet, hinter dem sich der Sekundärelektronenvervielfacher SEV_1, befindet. Nach Verstärkung in einem Breitbandverstärker erscheint bei Synchronisierung mit dem Trommelumlauf auf dem Oszillographenschirm die MTF als Umhüllende der Lichtintensitätskurve. Hierbei wird die Verstärkung so eingestellt, daß für die niedrigste Ortsfrequenz $M_B = 1$ ist (Normierung). Das Mikroobjektiv ist sowohl seitlich wie auch axial verschiebbar. Auf hinreichende Bandbreite und Linearität des Verstärkers sowie auf Vermeidung einer Übersteuerung des SEV_1 ist zu achten. Phasenverschiebungen bei der Übertragung von Ortsfrequenzen betragen bei axialer Defokussierung 0° oder 180°. Außeraxial können sie, z. B. durch Koma und Verzeichnung hervorgerufen, alle Werte annehmen. Um diese Phasenverschiebungen messen zu können, ist die Strahlenteilung StT eingebaut, so daß über das Objektiv O eine 1:1-Abbildung des Gitters auf dem Spalt Sp_2 entsteht, hinter dem sich der Sekundärelektronenvervielfacher SEV_2 befindet. Wenn der benutzte Oszillograph ein Zweistrahlgerät ist, so kann die Lichtverteilung des Objektes unmittelbar mit der des Bildes verglichen und so die Phasenverschiebung gemessen werden. Die OTF des Objektivs O muß im Bereich der benutzten Ortsfrequenzen praktisch 1 sein.

Ein anderes Meßverfahren hat folgenden Aufbau: Das zu prüfende Objektiv erzeugt ein Bild von einem inkohärent beleuchteten Spalt. In der Bildebene wird dieses Spaltbild durch einen engen schwingenden Spalt abgetastet.

Ein Photovervielfacher hinter dem Abtastspalt formt die Intensitätsverteilung in eine entsprechende Spannung um. Diese Spannung wird einem Minicomputer zugeführt, der das Signal fouriertransformiert und für ausgewählte Ortsfrequenzen die Cosinus- und Sinus-Komponenten berechnet oder die MTF- und PTF-Werte ermittelt. Anstelle eines Spaltobjektes lassen sich auch Punkte oder Kanten verwenden. Die Fourieranalyse dieser Objekte muß nur genügend hohe Ortsfrequenzanteile ergeben, damit ein gutes Signal/Rausch-Verhältnis für den Computereingang gewährleistet ist. Das wird durch helle, sehr feine Spalte, kleine Lochblenden oder scharfe Kanten erreicht, Rosenhauer u. Rosenbruch (1967).

Die OTF läßt sich für alle optischen Systeme, wie Photoobjektive, Fernrohre, Mikroobjektive, Bildwandler, Röntgenschirmbildgeräte, Nachtsichtgeräte, Wärmebildgeräte usw. bestimmen. Der große Vorteil bei der Anwendung dieser Funktionen liegt darin, daß bei inkohärent gekoppelten, nacheinander wirkenden Abbildungssystemen die Gesamt-OTF sich als Produkt der OTFs der einzelnen Systeme ergibt.

6.1.3 Optische Instrumente

Im folgenden wird für einige häufig benutzte optische Instrumente angegeben, welche charakteristischen Größen im allgemeinen gemessen werden und wie solche Messungen durchzuführen sind. Zuvor werden einige Hilfsmittel beschrieben, die bei der Justierung optischer Strahlengänge und den erwähnten Messungen benötigt werden.

6.1.3.1 Hilfsmittel für optische Messungen

Justierfernrohr und Kollimator Will man eine Gerade dadurch festlegen, daß man ein Fernrohr mit Fadenkreuz nacheinander auf die verschiedenen Punkte einstellt, ohne daß das gesamte Fernrohr verschoben wird, so muß man an die Genauigkeit der Objektiv-

oder Okularverstellung recht hohe Anforderungen stellen. Hierfür besonders gebaute Fernrohre heißen Fluchtfernrohre. Es ist aber vielfach einfacher, eine fest angebrachte Strichmarke mit einem fest darauf eingestellten Fernrohr durch ein auf einem Reiter oder Stativ verschiebbar angeordnetes Prismensystem hindurch zu beobachten. Sofern ein solches Prismensystem aus zwei rechtwinklig fest miteinander verbundenen Winkelspiegeln (Porrosystem erster oder zweiter Art) besteht, ändert sich die Lage des Bildes gegenüber der Fernrohrstrichplatte nur dann, wenn das Spiegelsystem bei Verschiebung Höhen- oder Seitenveränderungen erleidet, nicht aber, wenn es Kippungen oder Schwenkungen ausführt. Hingegen darf es Drehungen nicht ausführen, wogegen man sich durch Anbringung einer empfindlichen Libelle schützen kann. Weiterhin werden Justierfernrohre oft zur Einstellung eines optischen Systems auf Unendlich gebraucht. Hierbei ist grundsätzlich auf parallaxenfreie Einstellung zu achten. Parallaxenfreie Einstellung liegt vor, wenn bei einer Seitenbewegung des Auges Fadenkreuz und Bild sich nicht gegeneinander verschieben. Auch ist es erforderlich, die volle Öffnung des optischen Systems und gleiche Lichtfarbe zu benutzen, da sonst infolge des möglicherweise vorhandenen Öffnungs- oder Farbfehlers sich je nach benutzter freier Öffnung oder Lichtfarbe verschiedene Scharfstellungen ergeben. Sollen die Einstellfehler des auf Unendlich einzustellenden Systems klein bleiben, so muß die Brennweite des Justierfernrohrs ein Vielfaches (5- bis 10faches) des einzustellenden Systems sein, oder man muß versuchen, nach dem Autokollimationsverfahren zu arbeiten.

Bringt man in der Brennebene eines Fernrohrobjektives eine Marke an, so kann diese Marke als unendlich fernes Objekt angesehen werden (Kollimator). Mit Hilfe eines solchen Kollimators lassen sich optische Systeme leicht auf Unendlich einstellen, indem das einzustellende System gegenüber einem in seiner Brennebene befindlichen Fadenkreuz so lange verschoben wird, bis dieses Fadenkreuz und die Kollimatormarke gegeneinander keine Parallaxe zeigen. Auch der Kollimator muß ausreichende Brennweite und Öffnung besitzen. Um vom Einfluß der Abbildungsfehler auf Scharfeinstellung u. dgl. frei zu sein, müssen hierfür gut korrigierte Objektive (Fernrohrobjektive, Apochromate) verwendet werden. Die Einstellung des Kollimators auf Unendlich erfolgt meist mit Hilfe eines Autokollimationsokulars oder indem der Kollimator durch Anbringung eines Okulars als Fernrohr benutzt und auf einen fernen Gegenstand eingestellt wird.

Justierprisma Dieses von Kösters angegebene Prisma (Fig. 6.22a in Ansicht von oben; Fig. 6.22b in Ansicht von der Seite des einfallenden Lichtes) erzeugt durch Reflexion an der halbdurchlässigen Spiegelfläche Sp und an den Dachkantenprismenflächen D von einer verschiebbaren Marke (Fig. 6.22c) Doppelbilder, die im Gesichtsfeld des ohne Strickplatte benutzten Fernrohrs zueinander höhen- und seitenverkehrt liegen

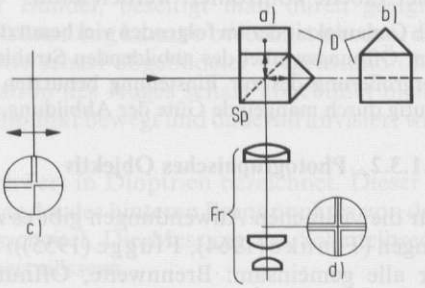

Fig. 6.22
Justierung mit Justierprisma nach Kösters

(Fig. 6.22d). Das Fernrohr Fr dient nur zur besseren Beobachtung. Jede Unsymmetrie im Gesichtsfeld zeigt Höhen- oder Seitenverschiebungen der auf einem verschiebbaren Reiter befindlichen Marke an. Da man das Fernrohr statt auf die Marke auch auf die durch optische Systeme oder Einzelteile erzeugten Markenbilder einstellen kann, können mit dieser Anordnung Strahlengänge gut justiert werden. Zweckmäßigerweise befindet sich das Justierprisma, das die Zielgerade festlegt, auf einem mit Feineinstellungen versehenen Tischchen.

Okularmikrometer Vielfach braucht man Meßfernrohre und Meßmikroskope. Das sind Fernrohre und Mikroskope mit Okularmikrometern, Schraubenmikrometern, Spiralmikrometern oder Feinmeßokularen. Bei der Auswertung der Mikrometer muß man beachten, ob das Objektiv innerhalb des benutzten Bildwinkels verzeichnet. Im allgemeinen ist das nicht zu befürchten. Man darf ferner nicht ein Okular benutzen, bei dem das Mikrometer innerhalb des Okulars (hinter der Kollektivlinse) liegt. Bei Schrauben-Spiralmikrometern oder Feinmeßokularen ist möglicherweise auf fortschreitende oder periodische Fehler zu achten.

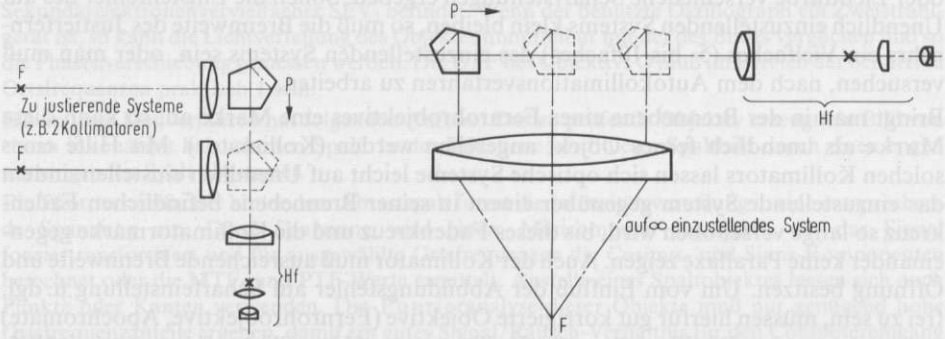

Fig. 6.23 Justierung mit Pentaprisma

Fig. 6.24 Einstellung eines Systems großer Öffnung auf Unendlich mit Pentaprisma

Pentaprisma Die optischen Achsen mehrerer Systeme lassen sich durch Verschiebung eines Pentaprismas *P* (Fig. 6.23) unter Beobachtung mit einem Hilfsrohr Hf parallel stellen. Auch kann man so Systeme mit sehr großen Öffnungen mit einem Fernrohr kleiner Öffnungen Hf auf Unendlich einstellen (Fig. 6.24). Bei der Verschiebung des Pentaprismas darf dieses zwar Schwenkungen um die vertikale Achse, nicht aber Kippungen oder Drehungen um irgendeine horizontale Achse ausführen, was z. B. mit einer Libelle kontrolliert werden kann.

Die Genauigkeit der im folgenden viel benutzten Einstellung auf einen Bildpunkt ist proportional zum Öffnungswinkel des abbildenden Strahlenbündels, den man voll ausnutzen muß, und zur Vergrößerung des zur Einstellung benutzten Instrumentes. Die anwendbare Vergrößerung ist häufig durch mangelnde Güte der Abbildung im Bildpunkt begrenzt.

6.1.3.2 Photographisches Objektiv

Für die vielfachen Anwendungen gibt es zahlreiche Sonderformen und Spezialentwicklungen (Franke (1964), Flügge (1955)). Kennzeichnende optische Größen sind jedoch für alle gemeinsam: Brennweite, Öffnungsverhältnis oder Blende, die geometrisch-

optischen Aberrationen, insbesondere sphärische Aberration, chromatische Aberration, Bildfeldwölbung und Astigmatismus, und die optische Übertragungsfunktion. Bis auf das Öffnungsverhältnis sind Meßverfahren hierfür schon in den vorherigen Abschnitten besprochen.

Öffnungsverhältnis, Blendenzahl und Vinettierung Stellt man im bildseitigen Brennpunkt eine enge Öffnung auf und läßt durch diese Licht auf das Objektiv fallen, so ist der Durchmesser des austretenden parallelen Bündels gleich der wirksamen Öffnung. Ist das Bündel lichtstark genug, so kann man den Durchmesser mit einem Maßstab messen. Genau und bequem mißt man die Öffnung mit einem Komparator, indem man das Objektiv koaxial mit dem Mikroskop auf das Tischchen legt, durch Verschieben nach rechts oder links auf den Blendenrand einstellt und die Differenz der Einstellung abliest.

Es ist gebräuchlich, das Verhältnis vom Durchmesser der Öffnung ($\overline{EP}$) zur Brennweite (Öffnungsverhältnis), als Quotient mit dem Zähler 1 geschrieben (z. B. 1:5) und für parallel zur optischen Achse einfallende Bündel betrachtet, als relative Öffnung des Objektivs zu bezeichnen. Das Quadrat der relativen Öffnung wird geometrisch-optische Lichtstärke oder auch relative Lichtstärke genannt. Der Kehrwert der relativen Öffnung heißt Öffnungs- oder Blendenzahl. Oft wird fälschlicherweise auch das Öffnungsverhältnis oder die Öffnungszahl selbst als Lichtstärke oder relative Lichtstärke eines Objektivs bezeichnet. Besser vermeidet man diesen Begriff ganz. Für Bündel, die unter einem endlichen Winkel σ zur Achse geneigt einfallen, wird der Querschnitt der Bündel mit wachsendem σ kleiner, teils durch die geometrische Verkleinerung der Blendöffnung, teils durch die Abschattung infolge der endlichen Baulänge des Objektivs (Vignettierung). Ferner wird das Öffnungsverhältnis für schief zur Achse verlaufende Bündel durch die Vergrößerung des Abstandes der Blendmitte von Bildpunkt vermindert. Bringt man in der Bildebene, unter verschiedenen Winkeln vom Objektiv aus gesehen, kleine hell beleuchtete Löcher an, so kann der Querschnitt der austretenden parallelen Bündel photographiert und dann planimetriert und so die Vignettierung für verschiedene Winkel bestimmt werden.

Das tatsächlich wirkende Öffnungsverhältnis eines Systems ist noch von den Verlusten im System, die durch Reflexion und Absorption entstehen, abhängig (DIN 58188).

6.1.3.3 Brille und Lupe

Brillenglas Das geradeaus sehende Auge benutzt von dem Brillenglas beim Scharfsehen (mit der fovea centralis) nur den mittleren, etwa der Pupillengröße entsprechenden Teil. Den hauptsächlichen Abbildungsfehler, der bei schräg durch das Glas blinkendem Auge enstehen kann, den Astigmatismus schiefer Bündel, beseitigt man durch geeignet gewölbte (durchgebogene) Brillengläser. Die Krümmung kann so berechnet werden, daß ein beim Geradeaussehen in der Netzhautmitte scharf abgebildeter Gegenstand ohne Astigmatismus, aber bei geringer Akkomodation des Auges scharf abgebildet bleibt, wenn er sich auf einer Kugel um den Augendrehpunkt bewegt und dauernd anvisiert wird (punktuell abbildende Brillengläser).

Brillengläser werden nach ihrem Scheitelbrechwert in Dioptrien bezeichnet. Dieser ist das Reziproke des in Metern gemessenen Abstandes des hinteren Brennpunktes von dem hinteren, dem Auge zugewandten Brillenglasscheitel. Die Messung des Scheitelbrechwertes erfolgt mit besonderen Scheitelbrechwertmessern.

Einige Zahlen über das normale (emmetropische) Auge: Durchmesser der Pupille (Bild der Iris) 3 bis 8 mm; Entfernung vom Hornhautscheitel zum vorderen Hauptpunkt 1,35 mm, zum hinteren Hauptpunkt 1,60 mm, zum Augendrehpunkt 13 mm; Brechungsvermögen von Kammerwasser und Glaskörper 1,336; Objektbrennweite −17,06 mm, Brennweite +22,8 mm.

Lupe

Vergrößerung bei entspanntem Auge. Als Lupenvergrößerung Γ' bezeichnet man das Verhältnis der Winkel, unter denen derselbe kleine Gegenstand bei entspanntem (für die Ferne akkommodiertem) Auge unter der Lupe und bei bloßem Auge in der deutlichen Sehweite l erscheint. Da der Gegenstand in der Objektbrennweite f der Lupe liegen muß, damit er deutlich gesehen wird, verhalten sich diese Winkel wie $1/f : 1/l$. Also ist die Lupenvergrößerung

$$\Gamma' = \frac{l}{f} = \frac{-l}{f'}. \tag{6.49}$$

Man pflegt $l = -250\,\text{mm}$ (konventioneller Sehweite) anzunehmen; dann ist $\Gamma' = \dfrac{250\,\text{mm}}{f'}$.

Bei dieser Definition ist die Vergrößerung von dem Abstand zwischen Auge und Lupe unabhängig.

Vergrößerung bei für die deutliche Sehweite akkommodiertem Auge. Gewöhnlich wird die Vergrößerung auf ein für die Sehweite l akkommodiertes Auge bezogen und angenommen, daß man den Abstand zwischen Auge und Lupe vernachlässigen darf. Man kann diesen Fall auf den Fall der Vergrößerung bei entspanntem Auge zurückführen. wenn man sich vorstellt, daß man, anstatt auf die Entfernung l zu akkommodieren, mit entspanntem Auge durch die Lupe sieht, aber zwischen Auge und Lupe eine Linse (Brillenglas) mit der Objektbrennweite $f_B = l = -250\,\text{mm}$, d. h. Bildbrennweite $f'_B = +250\,\text{mm}$ oder $+4\,\text{dpt}$, einschaltet. Dann ist nach Formel (6.25) die Objektbrennweite von Lupe plus Linse, in der jetzt das Objekt liegen muß $\dfrac{1}{\dfrac{1}{f} + \dfrac{1}{f_B}}$, und die Vergrößerung wird

$$\Gamma'_1 = \frac{l}{f} + 1 = \frac{l}{f'} + 1, \tag{6.50}$$

wobei l gleich $-250\,\text{mm}$ anzunehmen ist.

6.1.3.4 Fernrohr

Die optischen Konstanten wie Vergrößerung, Gesichtsfelddurchmesser, Eintritts- und Austrittspupille werden gewöhnlich bei der Einstellung auf Unendlich bestimmt. Dann fallen der Bildbrennpunkt des Objektivs und der Objektbrennpunkt des Okulars zusammen. Ein solches System wird als teleskopisches System bezeichnet (König u. Köhler (1959)).

Die Abbildungseigenschaften werden ermittelt, indem die Größe der Bildfehler von Objektiv und Okular gemessen oder die optische Übertragungsfunktion des Gesamtsystems bestimmt wird (ISO 9336-3). Als wichtigste Bildfehler des Objektivs sind die sphärische Aberration, die chromatische Aberration und die Koma zu untersuchen. Für die Bildqualität des Okulars sind die Größe der Bildfeldwölbung, des Astigmatismus und

des Farbfehlers der Brennweite kennzeichnend. Meßverfahren für die Ermittlung der Abbildungseigenschaften wurden schon erwähnt. Meßmethoden für die optischen Konstanten werden im folgenden angegeben.

Fernrohrvergrößerung Das Objekt ist im Verhältnis zur Gesamtlänge des Fernrohrs unendlich weit entfernt. Dann ist die von der Mitte der Eintrittspupillen des Fernrohrs aus gesehene scheinbare Größe, gekennzeichnet durch den Winkel σ_B, gleich dem Winkel unter dem das Objekt von der Stelle der Austrittspupille aus ohne zwischengeschaltetes Instrument betrachtet erscheint. Ist die scheinbare Größe des Objekts durch das Fernrohr hindurch betrachtet σ_B', dann ist die Fernrohrvergrößerung für endliche Winkel definiert als

$$\Gamma' = \frac{\tan \sigma_B'}{\tan \sigma_B} \tag{6.51}$$

bzw. für kleine Winkel als

$$\Gamma' = \frac{\sigma_B'}{\sigma_B}. \tag{6.51a}$$

Aus dem Verhältnis der Brennweiten. Für das astronomische und das Galileische Fernrohr ist die Fernrohrvergrößerung $\Gamma' = -f_1'/f_2'$, wenn f_1' die Bildbrennweite des Objektivs, f_2' die Bildbrennweite des Okulars ist. Beim terrestrichen Fernrohr ist der Bruch mit der Lateralvergrößerung β' des Umkehrsystems zu multiplizieren. Das negative Vorzeichen der Fernrohrvergrößerung deutet an, daß das Bild kopfsteht, während Absolutwerte $|\Gamma'| < 1$ eine Verkleinerung bedeuten.

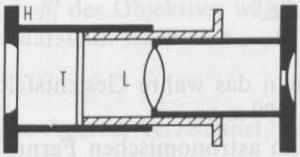

Fig. 6.25
Ramsdensches Dynameter

Mit dem Dynameter. Sofern man nicht einen Komparator benutzen kann, mißt man Γ' mit dem Ramsdenschen Dynameter (Fig. 6.25). Es besteht aus einer Lupe L, die mit feiner Teilung T im Gesichtsfeld versehen ist und sich in einer Hülse H verschieben läßt. Das untere Ende der Hülse wird auf die Okularblende des astronomischen oder terrestrichen Fernrohrs gesetzt und die Lupe so eingestellt, daß die scharf gesehene Teilung mit dem Okularkreis (Austrittspupille, meist Bild des Objektivs) zusammenfällt. Ist der gemessene Durchmesser der Austrittspupille $\overline{AP}$ und der des Objektivs bzw. der Eintrittspupille $\overline{EP}$, so ist

$$|\Gamma'| = \frac{\overline{EP}}{\overline{AP}}. \tag{6.52}$$

Wenn die Randstrahlen durch eine innere Blende oder dgl. abgeblendet werden, bekommt man leicht einen falschen Wert, falls man den Durchmesser des Objektivs als den der EP betrachtet. Um sich davor zu sichern, setze man vor das Objektiv eine Blende mit kleinerem, rechteckigem Ausschnitt oder einen durchsichtigen Maßstab und messe dessen Bild. Statt des Dynameters kann, allerdings weniger bequem, eine beliebige Teilung nebst Lupe benutzen.

Beim Galileischen Fernrohr liegt das Bild des Objektivs (Austrittspupille) im Innern. Um dessen Größe zu messen, benutzt man ein Meßmikroskop mit geringer Vergrößerung.

Gesichtsfeld Das scheinbare Gesichtsfeld σ'_B ist der Winkel, unter dem ein das Gesichtsfeld ganz erfüllender Gegenstand im Fernrohr erscheint, das wahre Gesichtsfeld σ_B der Winkel, unter dem er dem bloßen Auge erscheint. Beim astronomischen Fernrohr werden beide durch den Rand der Okularblende begrenzt, die (abgesehen vom Fernrohr mit Huygensschem Okular) in der dem Objektiv und Okular gemeinsamen Brennebene liegt. Hat diese Blende (beim Huygensschen Okular ihr Bild durch das Kollektiv) den Durchmesser b, so ist

$$\tan\frac{|\sigma'_B|}{2} = \frac{b}{2f'_2} \tag{6.53}$$

$$\tan\frac{|\sigma_B|}{2} = \frac{b}{2f_1}. \tag{6.54}$$

Hier bedeuten f_1 die Bildbrennweite des Objektivs und f'_2 die Bildbrennweite des Okulars.

Beim Galileischen Fernrohr ist das Gesichtsfeld nicht scharf begrenzt; seine Größe hängt außer von den Brennweiten in erster Linie vom Objektivdurchmesser, daneben von der Größe und Lage der Augenpupillen ab.

Für alle Fernrohrarten ist

$$\frac{\tan\frac{\sigma'_B}{2}}{\tan\frac{\sigma_B}{2}} = |\Gamma'|. \tag{6.55}$$

Häufig gibt man das wahre Gesichtsfeld statt in Winkelgraden in Metern für einen Abstand von 1000 m an.

Man kann beim astronomischen Fernrohr nach obigen Formeln das wahre und das scheinbare Gesichtsfeld durch Messung der einzelnen Größen f'_1, f'_2, b berechnen sowie für alle Fernrohre das eine Gesichtsfeld aus Γ' und dem anderen.

Mit einem Hilfskollimator. Man blickt mit dem astronomischen oder terrestrischen Fernrohr in einen Kollimator mit der Brennweite f'_K, in dessen Brennebene sich eine Millimeterteilung befindet, und liest die Anzahl der Millimeter ab, die man überblicken kann. Es seien m. Dann ist $\tan\sigma_B/2 = m/2f'_K$. Diese Methode läßt sich auch für das Galileische Fernrohr anwenden, wenn die Objektivöffnung des Hilfskollimators größer ist als die des Galileischen Fernrohres.

Man kann auch ohne Hilfskollimator auskommen, indem man einen Maßstab möglichst weit vom Fernrohr entfernt aufstellt. Dann tritt an die Stelle von f'_K der Abstand zwischen Maßstab und Objektiv. Muß man dabei, um den Maßstab deutlich zu sehen, den Auszug aus der Unendlichstellung verschieben, so entsteht ein kleiner Fehler. Um ihn zu vermeiden, kann man beim astronomischen und terrestrichen Fernrohr das Objektiv durch eine runde Blendöffnung so weit abblenden, daß man auch in der Unendlichstellung die Teilung deutlich sieht.

Ausführliches über Meßverfahren und Bildfehler bei Fernrohren bei König u. Köhler (1959).

6.1.3.5 Mikroskop

Die optischen Konstanten des Mikroskops sind die Vergrößerung und die numerische Apertur. Wichtige Bildfehler sind die sphärische und chromatische Aberration, die Bildfeldwölbung und der Astigmatismus im begrenzten Bildfeld des Objektivs sowie für das Okular die Bildfeldwölbung, der Astigmatismus und der Farbvergrößerungsfehler. Es kann auch die OTF des Objektivs oder des Gesamtsystems gemessen werden; bei manchen Anwendungen, insbesondere mit speziellen Objektbeleuchtungen, wird jedoch die Inkohärenzbedingung verletzt, und die korrekt gemessene OTF gibt für diese Fälle kein Maß für die erreichbare Bildqualität.

Vergrößerung aus den Brennweiten von Objektiv und Okular. Zur Errechnung der Vergrößerung eines Mikroskops dient dieselbe Definition wie bei der Lupe (s. **6**.1.3.3). Dann ist $\Gamma' = l/f'_M$, wenn f'_M die Gesamtbildbrennweite des Mikroskops ist. Nach Formel (6.22) ist (f'_1 Objektiv-, f'_2 Okularbildbrennweite, t optische Tubuslänge, d. h. der Abstand zwischen den beiden inneren Brennpunkten, gezählt von Brennpunkt F'_1 nach F_2)

$$\frac{1}{f'_M} = \frac{t}{-f'_1 f'_2}; \quad \text{also} \quad \Gamma' = -l\frac{t}{-f'_1 f'_2} = \frac{lt}{f'_1 f'_2}. \tag{6.56}$$

Ein negatives Vorzeichen bei Γ' bedeutet umgekehrte Bildlage. Zerlegt man den Ausdruck

$$\Gamma' = \frac{tl}{f'_1 f'_2} = \frac{t}{-f'_1} \cdot \frac{l}{f'_2}, \tag{6.57}$$

so ist der erste Faktor der Abbildungsmaßstab β'_1 des Objektivs, während der zweite Faktor die Lupenvergrößerung Γ'_2 des Okulars darstellt. Es ist also

$$\Gamma'_2 = \beta'_1 \cdot \Gamma'_2. \tag{6.58}$$

Auf den Objektiven sind β'_1 und die numerische Apertur verzeichnet, auf den Okularen Γ'_2.

Von der optischen ist die mechanische Tubuslänge zu unterscheiden, d. i. der Abstand zwischen dem oberen Tubusrande und der Ansatzfläche für das Objektiv. Die vorgeschriebene mechanische Tubuslänge (in Europa meist 160 mm) ist für stark vergrößernde Objektive streng einzuhalten, weil sie für diese Tubuslänge korrigiert sind. Bei schwachen Objektiven kann man die Tubuslänge verändern, um die Vergrößerung zu variieren.

Viele neue Mikroskope sind nach dem Prinzip der Fernrohrlupe aufgebaut. Es befindet sich dann zwischen Objektiv und Okular noch eine weitere Linse. Diese Tubuslinse, deren Brennweite f'_T üblicherweise gleich der konventionellen Sehweite von 250 mm ist, und das Okular bilden zusammen das Betrachtungsfernrohr. Zwischen dem Mikroobjektiv und der Tubuslinse verlaufen die Strahlen parallel zueinander, so daß hier ohne Störung der Abbildung und des Korrektionszustandes halbdurchlässige Spiegel, Prismen u. dgl. eingebaut werden können. Hat die Tubuslinse eine von 250 mm abweichende Brennweite, so wird $q = f'_T/250\,\text{mm}$ als Tubusfaktor bezeichnet. Die Gesamtvergrößerung Γ' des Mikroskops ist dann

$$\Gamma' = \frac{250\,\text{mm}}{f'_1} \cdot \frac{250\,\text{mm}}{f'_2} \cdot \frac{f'_T}{250\,\text{mm}} \quad \text{bzw.} \quad \Gamma' = \Gamma'_1 \cdot \Gamma'_2 \cdot q. \tag{6.59}$$

Öffnungswinkel und numerische Apertur eines Mikroskopsobjektives Der Öffnungswinkel 2σ ist der Winkel zwischen den äußeren Strahlen, die von einem deutlich gesehenen Achsenpunkt aus durch das Mikroskop treten können. Es bezeichne n das Brechungsvermögen des Mittels, aus dem die Strahlen in das Objektiv eintreten, dann heißt $A = n \cdot \sin\sigma$ die numerische Apertur des Objektivs. Bei Trockensystemen ist $n = 1$, also $A = \sin\sigma \leqslant 1$. Bei Immersionssystemen gilt $n > 1$ für die Flüssigkeit (Wasser, Glyzerin, Nonobromnaphthalin), und hier kann $A > 1$ werden.

Bestimmung des Öffnungswinkels mit Maßstab und Platte. Man legt einen Maßstab unter das Objektiv und legt darauf eine Platte genau bekannter Dicke h. Dann stellt man das Mikroskop scharf auf die Oberfläche der Platte ein, entfernt Okular und Platte und setzt an die Stelle der Bildebene eine Lochblende. Überblickt man auf dem Maßstab m Teile, so ist

$$\tan\sigma = \frac{m}{2h}. \tag{6.60}$$

Bestimmung der numerischen Apertur aus dem Durchmesser des Strahlenbündels in der hinteren Brennebene des Objektivs. Ist diese Größe $2p$ und f' die Objektivbrennweite, so ist $A = p/f'$. Man mißt $2p$, indem man ein Hilfsmikroskops (s. u. Apertometer von Abbe) mit Okularmikrometer in den Tubus schiebt und den Durchmesser des Stahlenbündels in der Ebene bestimmt, in der ein ferner Gegenstand von dem zu untersuchenden Objektiv abgebildet wird. Es ist darauf zu achten, daß das Objektiv mit dem vollen Strahlenkegel beleuchtet wird. Diese Methode und die im nächsten Absatz genannte sind auch für $A > 1$ brauchbar.

Apertometer von Abbe. Einem flachen Halbzylinder aus Glas (9 cm Durchmesser, 1,2 cm Höhe) ist in der Richtung des Durchmessers ein Reflexionsprisma von 45° angeschliffen, während der Mittelpunkt durch eine kleine Öffnung in einem aufgekitteten versilberten Deckgläschen gekennzeichnet ist. Die obere Fläche trägt zwei Teilungen, dem Öffnungswinkel und der Apertur entsprechend; als Indizes dienen zwei rechtwinklige gebogene, geschwärzte Messingplättchen.

Das Apertometer wird auf den Tisch des Mikroskopes gesetzt und dieses (gegebenenfalls nach Einfügung der Immersionsflüssigkeit) zunächst auf Deutlichsehen der kleinen Öffnung eingestellt. Blickt man nach Herausnahme des Okulars in das Rohr, so sieht man bei schwächeren Objektiven das vom Objektiv entworfene Bildchen der beiden Indizes, deren Spitzen man auf den Rand des Gesichtsfeldes einstellt, worauf man an der Teilung abliest.

Bei stärkeren Objektiven wird das Bildchen für Beobachtung mit dem unbewaffenten Auge zu klein. Man benutzt dann ein Hilfsmikroskop, das man bei vielen Instrumenten durch Einschrauben eines besonderen schwachen Objektives in das untere Ende des Tubusauszuges und Einsetzen eines Okulars herstellt. Bei anderen Instrumenten wird man ein geeignetes Objektiv mit einem Kork o. ä. im Tubusauszug anbringen können.

Besonderheiten beim Mikroskop. Bei vielen Anwendungen dient das Mikroskop wie auch andere Abbildungssysteme dazu, inkohärent beleuchtet oder selbstleuchtende Objekte in eine Ebene möglichst ähnlich, aber vergrößert abzubilden. Daneben wird jedoch das Mikroskop besonders in der Biologie, Mineralogie und Medizin vielfach benutzt, kleine, auch bei Vergrößerung nicht sichtbare Objektive wenigstens erkennbar zu machen. Hierbei kommt es nicht darauf an, daß die Bilder eine „wahre" Abbildung des Objektes sind, sondern daß man eindeutig den Objekten zugeordnete „Erscheinungen" in der Bildebene nachweist. Üblicherweise kann man nur Objekte

erkennen, wenn sie gegenüber ihrer Umgebung unterschiedliche Absorption oder Reflexion haben. Gegenstände, die sich nur durch die Brechzahl oder die Polarisation des Lichtes von ihrer Umgebung unterscheiden, sind nur durch besondere Beleuchtungsart und Eingriffe in der Austrittspupille des Mikroskopobjektivs oder im Okular erkennbar. Bei den dann benutzten Phasenkontrastmikroskopen, den Polarisationsmikroskopen und bei der sog. Dunkelfeldbeleuchtung ist die Qualitätsbezeichnung schwierig, da sie vom abgebildeten Objekt abhängig ist. Im allgemeinen sind jedoch Systeme mit geringen Bildfehlern und besserer OTF auch für diese Benutzungsart am besten geeignet (Michel (1950)).

Literatur zu 6.1

Anderson, B. W.; Payne, C. P. C. (1934): Liquids of High refractive Index. Nature **133**, 66–67

Berek, M. (1970): Grundlagen der praktischen Optik. Berlin: de Gruyter

Bergmann, L.; Schäfer, C. (1978): Lehrbuch der Experimentalphysik, Band III Optik. Berlin: de Gruyter

Born, M.; Wolf, E. (1965): Principles of Optics. 3. Aufl. New York: Pergamon Press

CGPM (Conférence Générale des Poids et Mesures) (1983): s. 17. Generalkonferenz für Maß und Gewicht. PTB-Mitt. **94** (1984) 44–46

DIN 1335 (1982): Bezeichnung in der technischen Strahlenoptik

DIN 3140 (1978): Teil 1–10, Maß- und Toleranzangaben für Optikeinzelteile

DIN 4521 (1973): Aufnahme- und Projektionsobjektive

DIN 58170 (1980): Maß- und Toleranzangaben für optische Systeme

DIN 58185 (1974): Teil 1. Optische Übertragungsfunktion, Formelzeichen, Begriffe, Mathematische Zusammenhänge

DIN 58187 (1986): Qualitätsbewertung optischer Systeme–Bestimmung der radialen Verzeichnung

DIN 58188 (1990): Qualitätsbewertung optischer Systeme–Bestimmung der relativen Bestrahlungsstärke im Blickfeld

DIN 58189 (1992): Qualitätsbewertung optischer Systeme–Bestimmung der Brennweite

Edlén, B. (1966): The refractive Index of Air. Metrologia **2**, 71–80

Flügge, J. (1965): Das Photographische Objektiv. Wien: Springer

Franke, G. (1964): Photographische Optik. Frankfurt: Akademische Verlagsgesellschaft

ISO 9039 (1992): Quality evaluation of optical systems–Determination of distorsion

ISO 9334 (1992): Optical transfer function–Definitions and mathematical relationships

ISO 9335 (1992): Optical transfer function–Principles and procedures of measurements

ISO 9336 (1992): Optical transfer function–Application part 1–3

ISO 9336-3 (1992): Optical transfer function–Application part 3 Telescopes

Jones, F. E. (1981): The Refractivity of Air. J. Res. Nat. Bur. Stand. **86**, 27–32

Kingslake, R. (1978): Lens Design Fundamentals. New York: Academic Press

König, F.; Köhler, H. (1959): Die Fernrohre und Entfernungsmesser. Berlin: Springer

Michel, K. (1950): Die Grundlagen der Theorie des Mikroskops. Stuttgart: Wissenschaftliche Verlagsgesellschaft

Rosenbruch, K. J. (1974): Trends in the Development of OFT Measuring Equipments. SPIE Seminar Proc. **46**, 19–26

Rosenhauer, K.; Rosenbruch, K. J. (1967): The measurement of the optical transfer functions of lenses. Rep. Progr. Phys. **30**, 1–25

Rosenhauer, K. (1968): Gerät zur Messung langer Krümmungsradien von Probegläsern. Optik **27**, 279–286

Rosenhauer, K. (1969): Präzisionsmessungen der Brechzahl an wäßrigen Saccharoselösungen. PTB-Mitt. **79**, 169–176

Rosenthal, G.; Franke, G. (1951): Ein Beitrag zur Radienmessung. Optik **8**, 449–451