Physikalisch-Technische Bundesanstalt
Braunschweig und Berlin
Nationales Metrologieinstitut

BERLIN SCIENCE WEEK.COM 1.–10. Nov 2016

Für alle Zeiten und Kulturen!

Das neue internationale System der Einheiten

Prof. Dr. Joachim Ullrich
Präsident der PTB

Das neue internationale System der Einheiten

- **Größen und Einheiten**
- Historische Entwicklung hin zum metrischen System
- Das Internationale System der Einheiten (SI)
- Das „neue“ SI
- Ausblick: Optische Uhren
- Zusammenfassung

Größen und Einheiten

$m = 1{,}135\,(5)\,\mathrm{kg}$ $t = 9{,}81\,(1)\,\mathrm{s}$ $v = 87{,}4\,(3)\,\mathrm{km/h}$

Einheit

Messgröße → $Q = \{Q\}\ [Q]$

Zahl

(Unsicherheit der Messung)

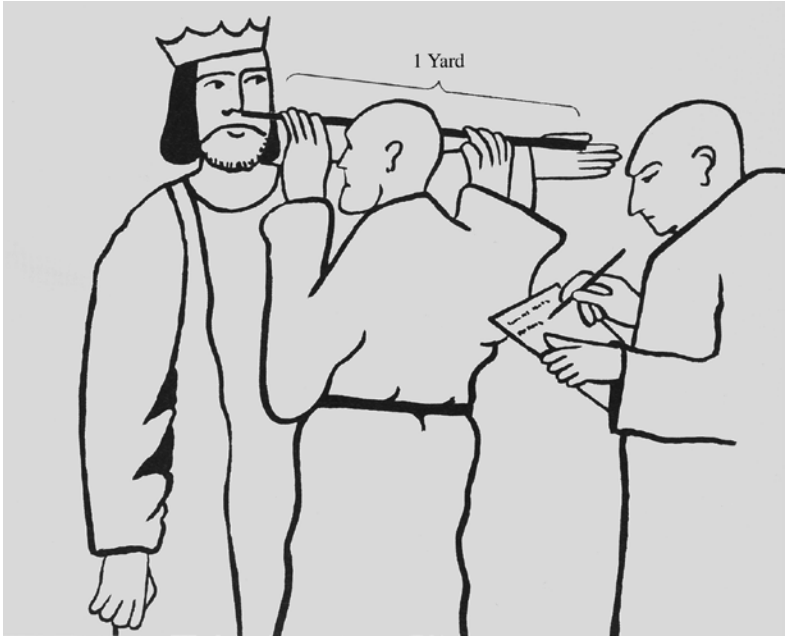
Wie viele Einheiten brauchen wir? Woher kommen sie?

Das neue internationale System der Einheiten

- Größen und Einheiten
- **Historische Entwicklung hin zum metrischen System**
- Das Internationale System der Einheiten (SI)
- Das „neue“ SI
- Ausblick: Optische Uhren
- Zusammenfassung

Cheops-Pyramide
147,8 m hoch
231,93 m Seitenlänge
2,3 Mio. Steinblöcke
2,5 t = Masse eines Steinblocks

Körpermaße als Längenmaße



1 yard = 0.9144 m
Heinrich I. von England
Armlänge

Bestimmung des Durchschnittsfußes:
„16 Mann klein und groß wie sie ungefehrlich aus der Kirche gehen, sollen nacheinander ein jeder vor den anderen sein Schuh stellen. Dieselbige Lenge ist und sol seyn ein gerecht gemein Meßrute damit man das Feldt messen soll.“
Jakob Kölbel, 1557
Stadtschreiber von Oppenheim)

18. Jahrhundert:
44 verschiedene Fuß mit Längen zwischen
23,51 cm (Wesel) und 31,39 cm (Rudolfstadt)

Gleiches Maß, anderer Wert...

In Deutschland bis etwa zum Jahr 1800

- **über 40 verschiedene Ellen** mit Längen zwischen
  40,38 cm (kleine Erfurter Elle) und 79,90 cm (München)

„Technische Hürde“ für Handel und Handwerk

...jedem Ländchen sein Quäntchen...

...in Deutschland bis ins 19. Jahrhundert!

Frankreich, 1789

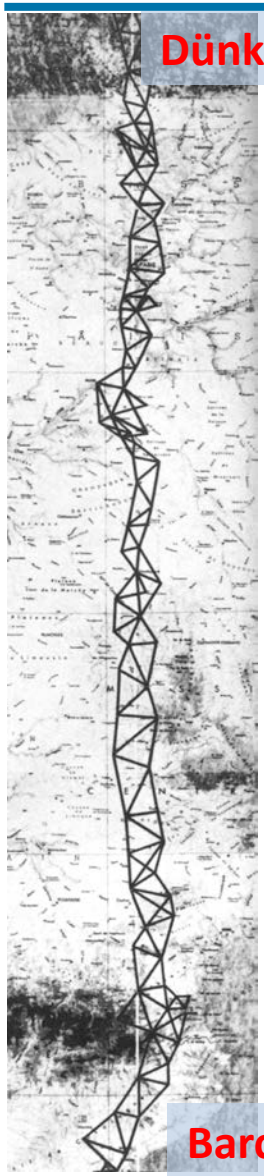
Musée de la Poste

Frankreich, 1789

Frankreich, 1789

Für alle Zeiten, für alle Völker!

Vermessung des Globus': Meter



1 Mètre = 1/10.000.000 eines Viertel-Meridians

Dezimalzeit (1793-1795)

1 Tag = 10 Dezimalstunden

↓

100 Dezimalminuten

↓

100 Dezimalsekunden

Metrisches System

19. Jahrhundert:
Die Maße werden „global“

Verkörperung des Meter: bis 1960

Kopie des Internationalen Meter-Prototyps von 1889

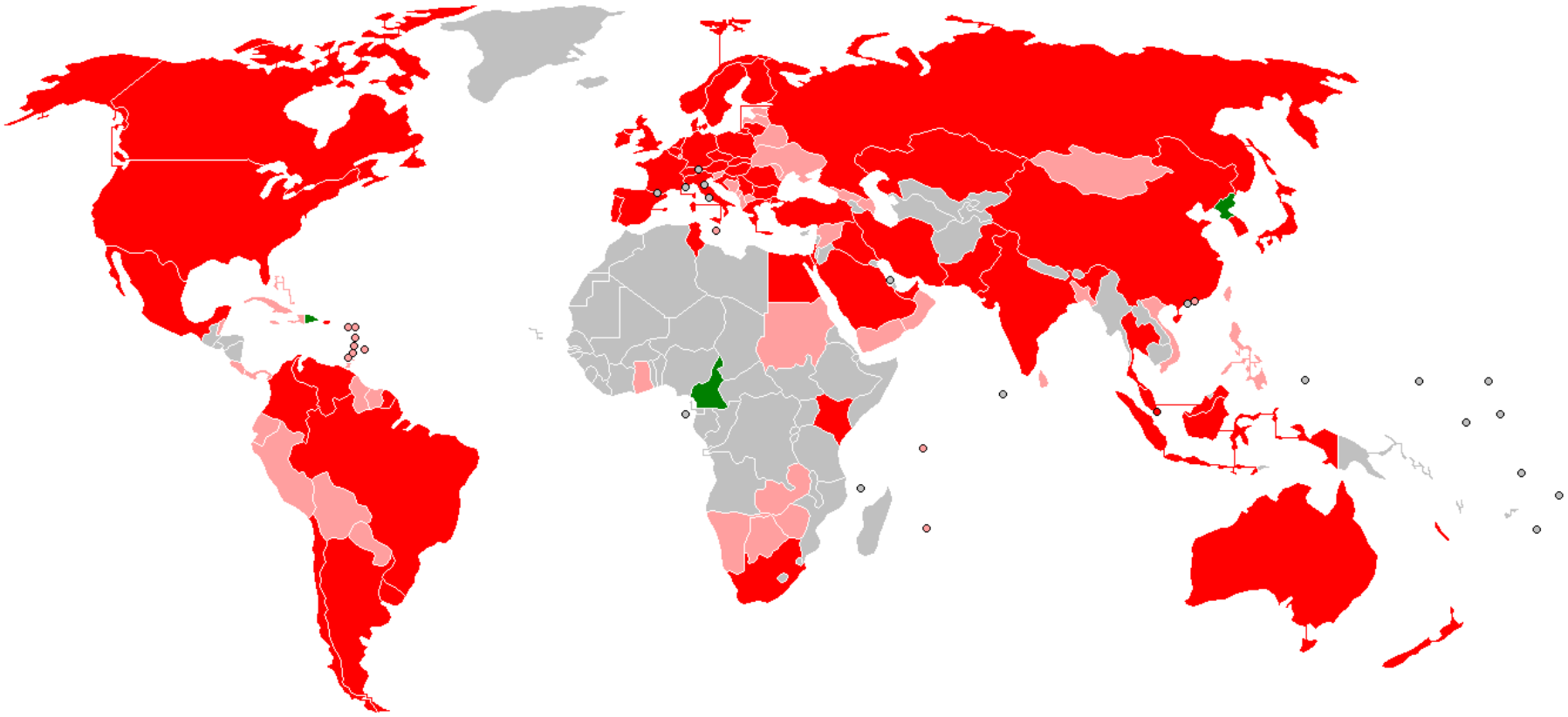
- # 18: Kopie f. das Deutsche Reich; nach dem II. Weltkrieg in der DDR aufbewahrt
- # 23: Von der Bundesrepublik in den 50er-Jahren von Belgien (Flandern, Wallonien) gekaufte Kopie
- # 7: Ursprünglich von der Meterkonvention dem Königreich Bayern zugelost

Meterkonvention (1875)

Signatarstaaten von 1875, 1876 …

- Argentinien
- Belgien
- Brasilien
- Dänemark
- Deutsches Reich
- Frankreich
- Italien
- Österreich-Ungarn
- Osmanisches Reich (Türkei)
- Peru
- Portugal
- Russland
- Schweden / Norwegen
- Schweiz
- Spanien
- Venezuela
- Vereinigte Staaten von Amerika

Meterkonvention (heute)



Mitglieder: 58 Staaten
assoziiert: 41 Staaten
ehemalige Mitglieder

97,6 %
der weltweiten Wirtschaftsleistung

Stand: August 2016

Das neue internationale System der Einheiten

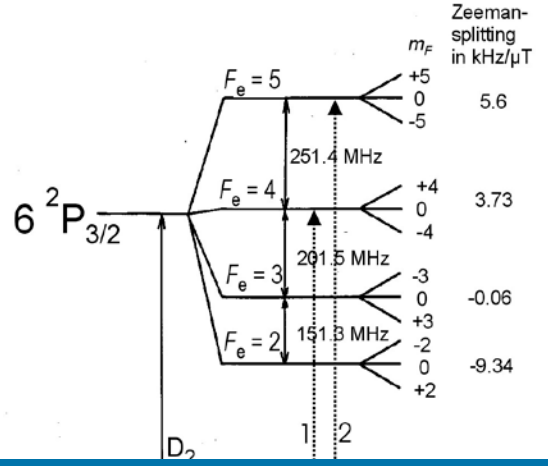
- Größen und Einheiten
- Historische Entwicklung hin zum metrischen System
- **Das Internationale System der Einheiten (SI)**
- Das „neue“ SI
- Ausblick: Optische Uhren
- Zusammenfassung

Internationales Komitee für Maße und Gewichte, CIPM

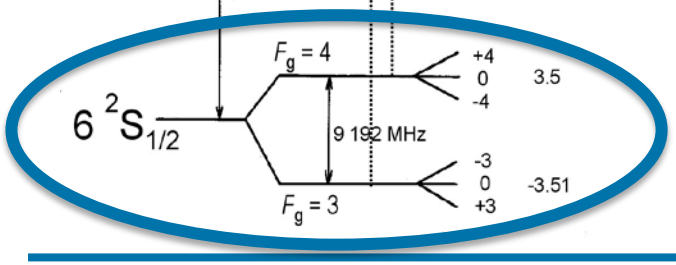
Konsultativkomitee für die Einheiten, CCU

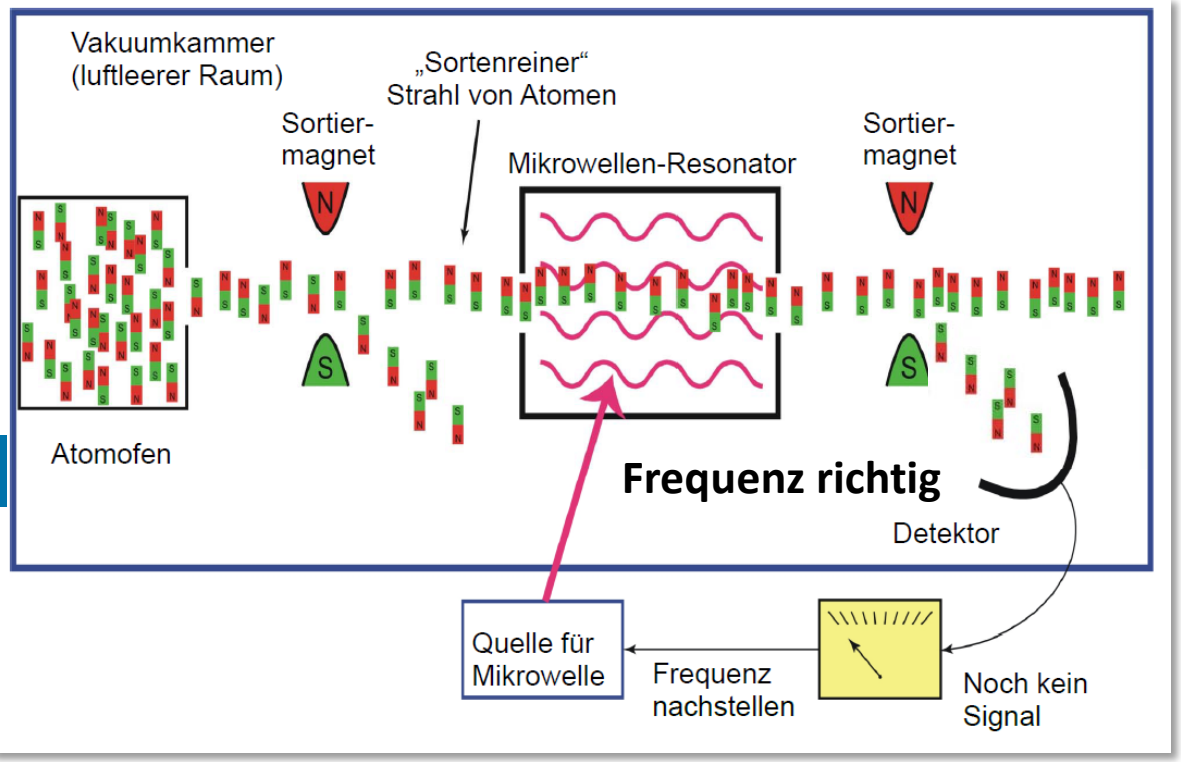
Die Einheiten im 20. Jahrhundert

Die Sekunde ist das 9 192 631 770-fache der Periodendauer der dem Übergang zwischen den beiden Hyperfeinstrukturniveaus des Grundzustands von Atomen des Nuklids ^{133}Cs entsprechenden Strahlung.
[13th CGPM, 1967]

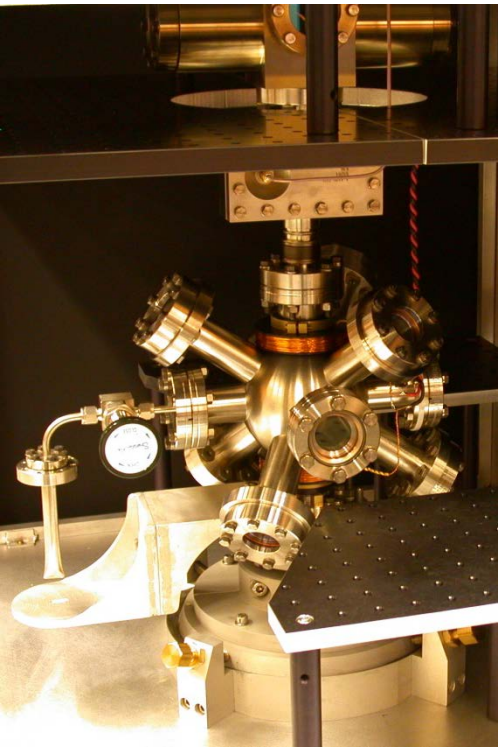


9 192 631 770 pro Sekunde (Hertz)





Sekunde: Cäsium-Fontänenuhren



Deutschlands genaueste Uhren:
CSF1 und CSF2

(Un-)Genauigkeit: 2×10^{-16}
1 Sekunde in 160 Millionen Jahren

Die Einheiten im 20. Jahrhundert

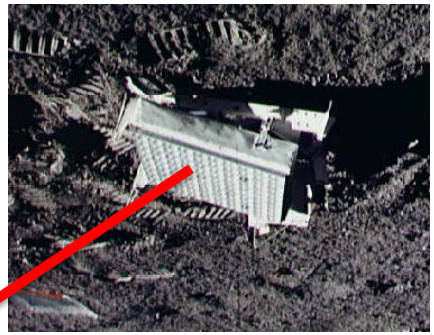
Die Sekunde ist das 9 192 631 770-fache der Periodendauer der dem Übergang zwischen den beiden Hyperfeinstrukturniveaus des Grundzustands von Atomen des Nuklids ^{133}Cs entsprechenden Strahlung.
[13th CGPM, 1967]

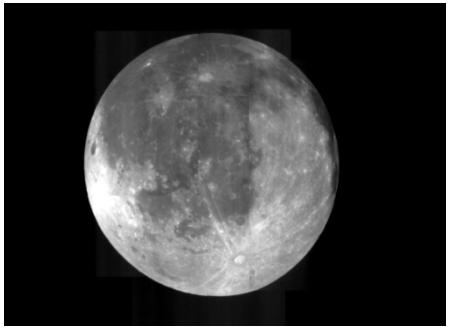
Der Meter ist die Länge der Strecke, die Licht im Vakuum während der Dauer von (1/299 792 458) Sekunden durchläuft.
[17th CGPM, 1983]

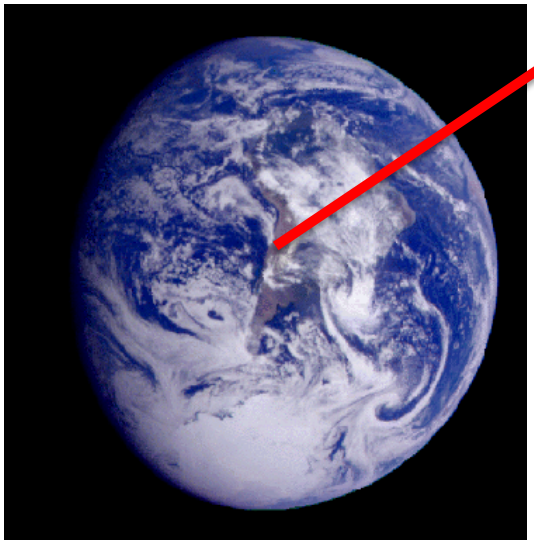
Meter und Lichtgeschwindigkeit

Der Meter ist die Länge der Strecke, die Licht im Vakuum während der Dauer von (1/299 792 458) Sekunden durchläuft. [17th CGPM, 1983]

Apollo 11-Crew, 1969







$2t = 2{,}56 \ldots \text{ s} \rightarrow d = c \cdot t$

$c = 299\,792\,458 \text{ m/s}$

0 s

Laufzeit t

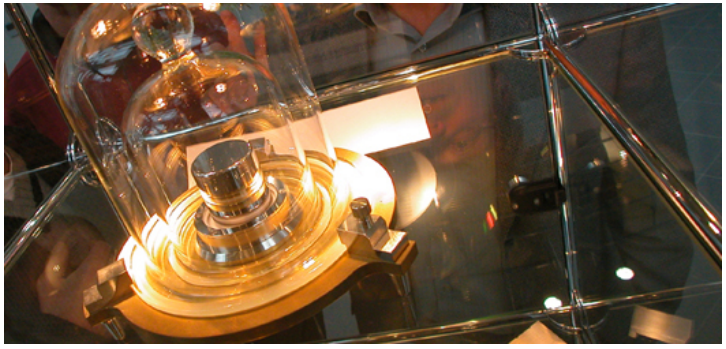
2,56 s

$d = 384\,402, \ldots \text{ km}$

Die Einheiten im 20. Jahrhundert

Die Sekunde ist das 9 192 631 770-fache der Periodendauer der dem Übergang zwischen den beiden Hyperfeinstrukturniveaus des Grundzustands von Atomen des Nuklids ^{133}Cs entsprechenden Strahlung.
[13th CGPM, 1967]

Der Meter ist die Länge der Strecke, die Licht im Vakuum während der Dauer von (1/299 792 458) Sekunden durchläuft.
[17th CGPM, 1983]



Das Kilogramm ist die Einheit der Masse; es ist gleich der Masse des Internationalen Kilogrammprototyps.
[1st CGPM, 1889]

Nationale Prototypen des Kilogramm

 # 52: 1954, Bundesrepublik

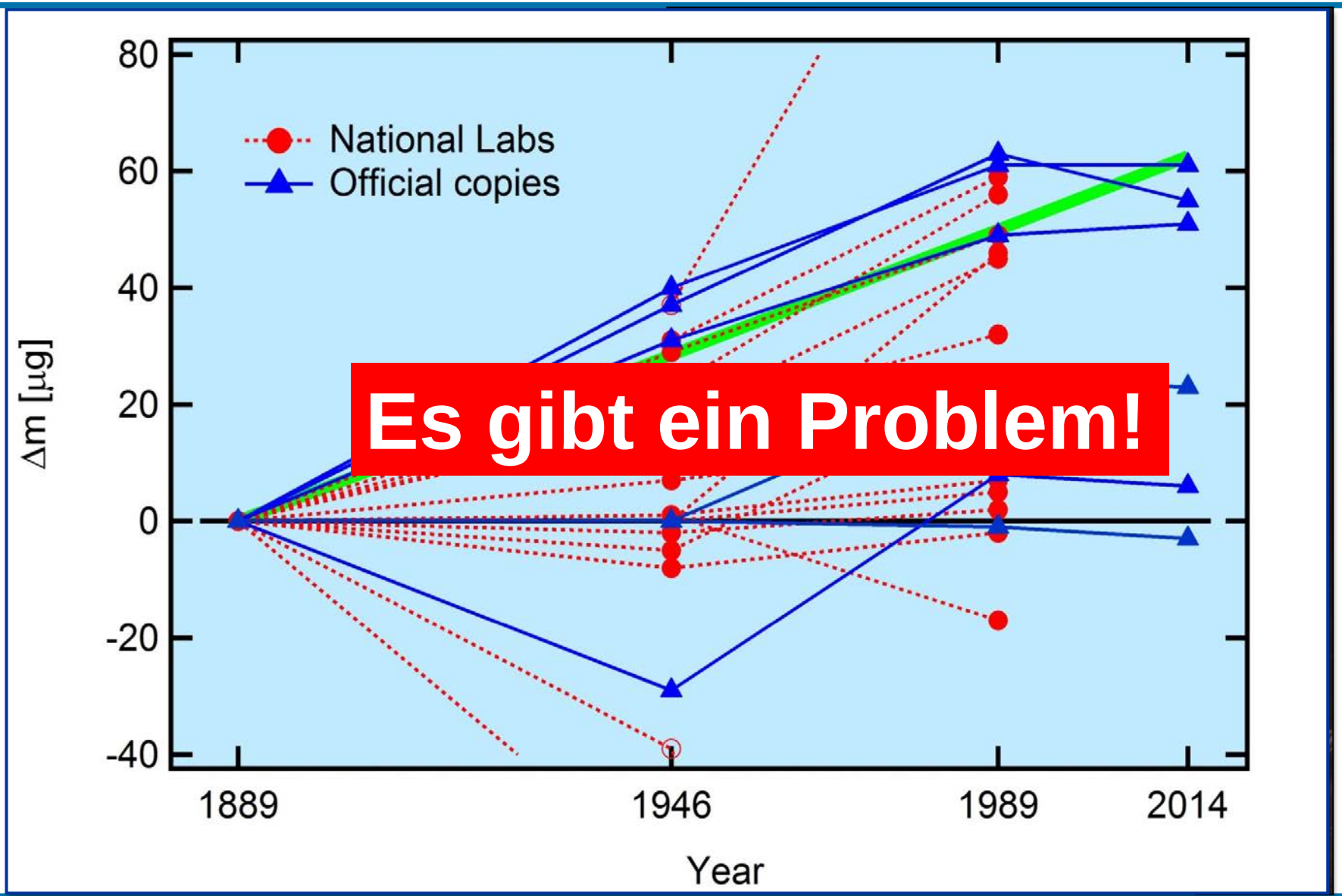
 # 70: 1987 erworben, Bundesrepublik

 # 54: 1954, DDR

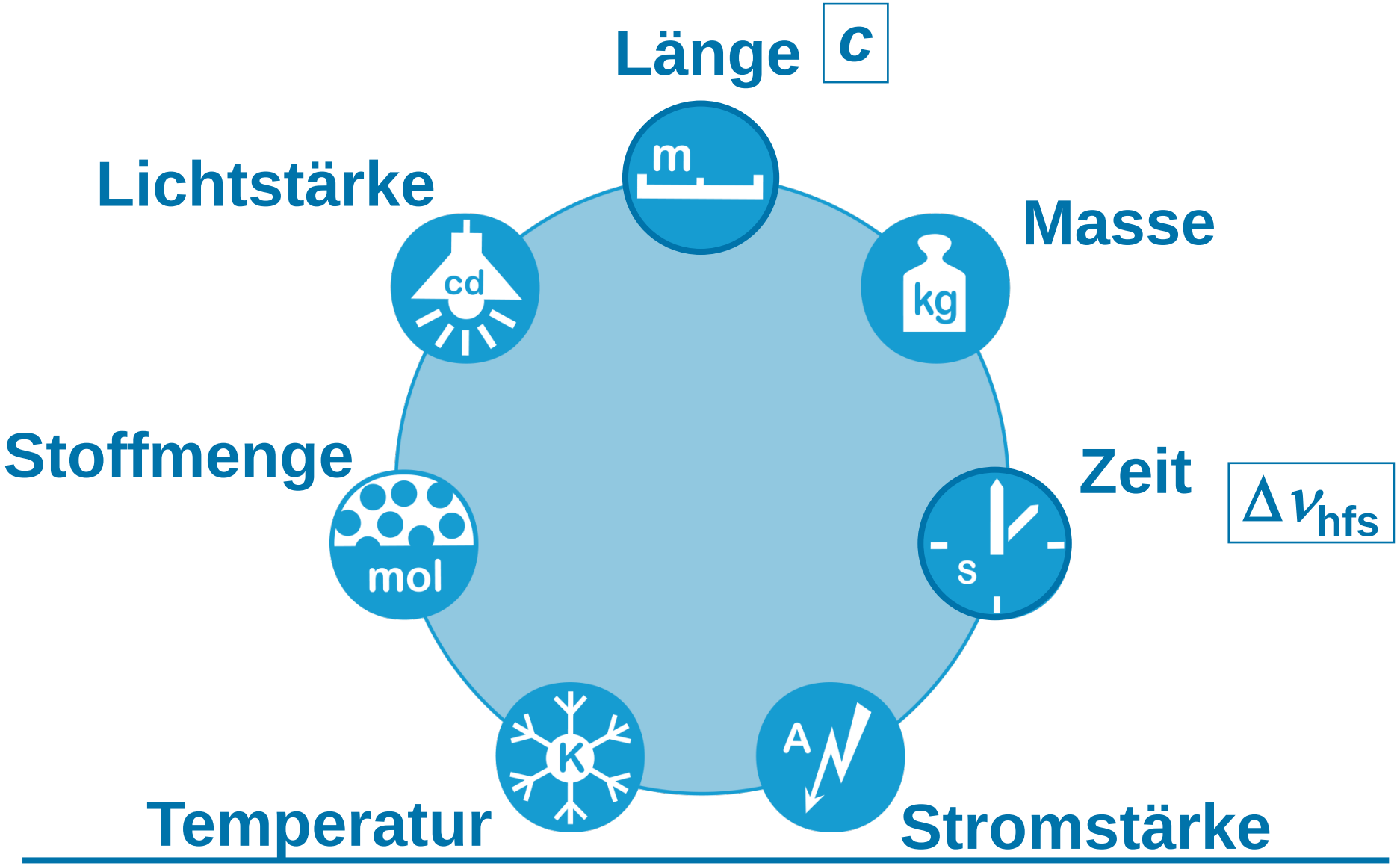
 # 22: 1889 Dt. Reich, im II. WK beschädigt,
kein offiz. Prototyp mehr

https://www.youtube.com/watch?v=5dPnFO_JCdc

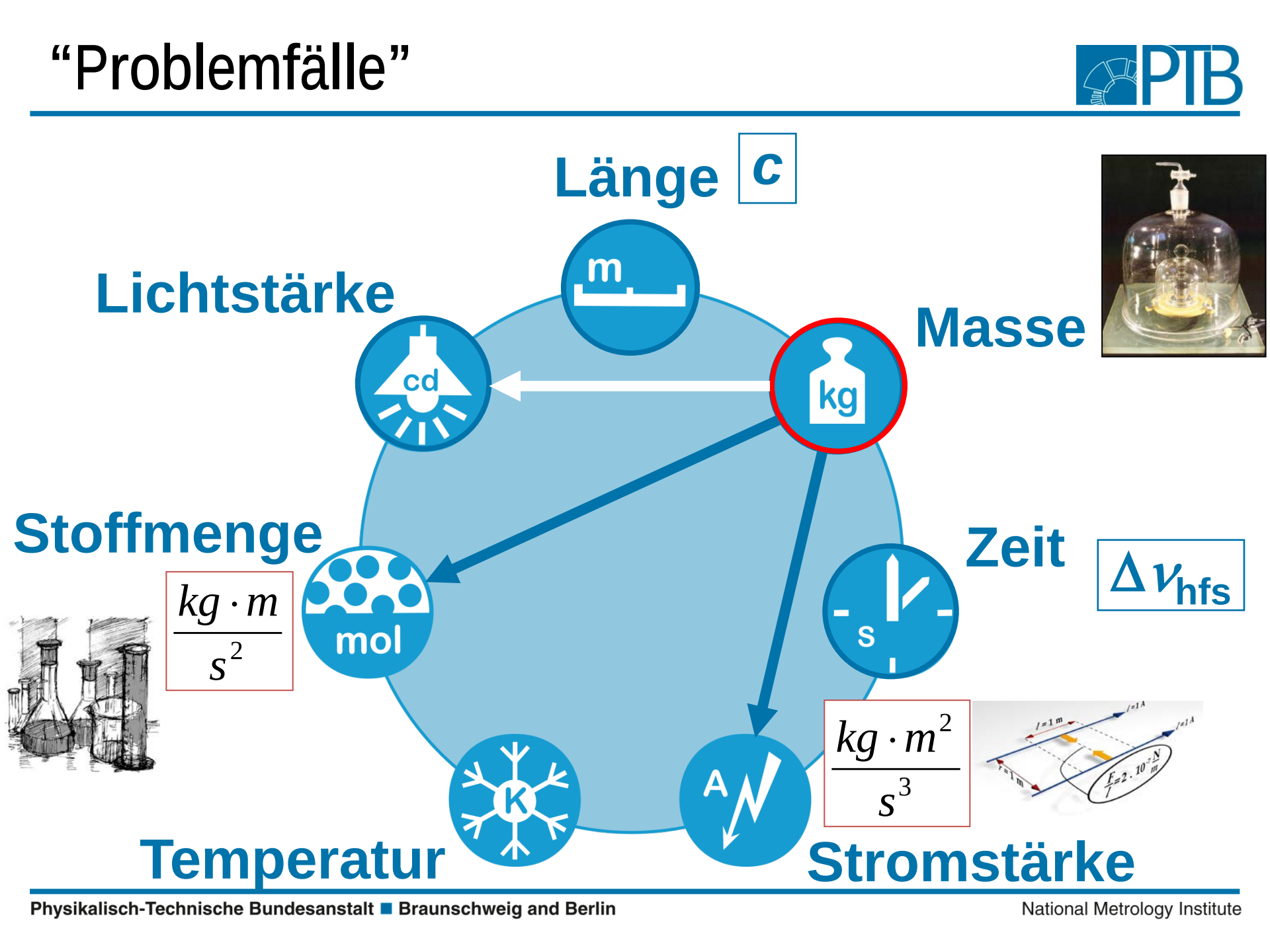
Wie schwer ist ein Kilogramm?



SI – Das Internationale Einheitensystem



“Problemfälle”



“Problemfälle”

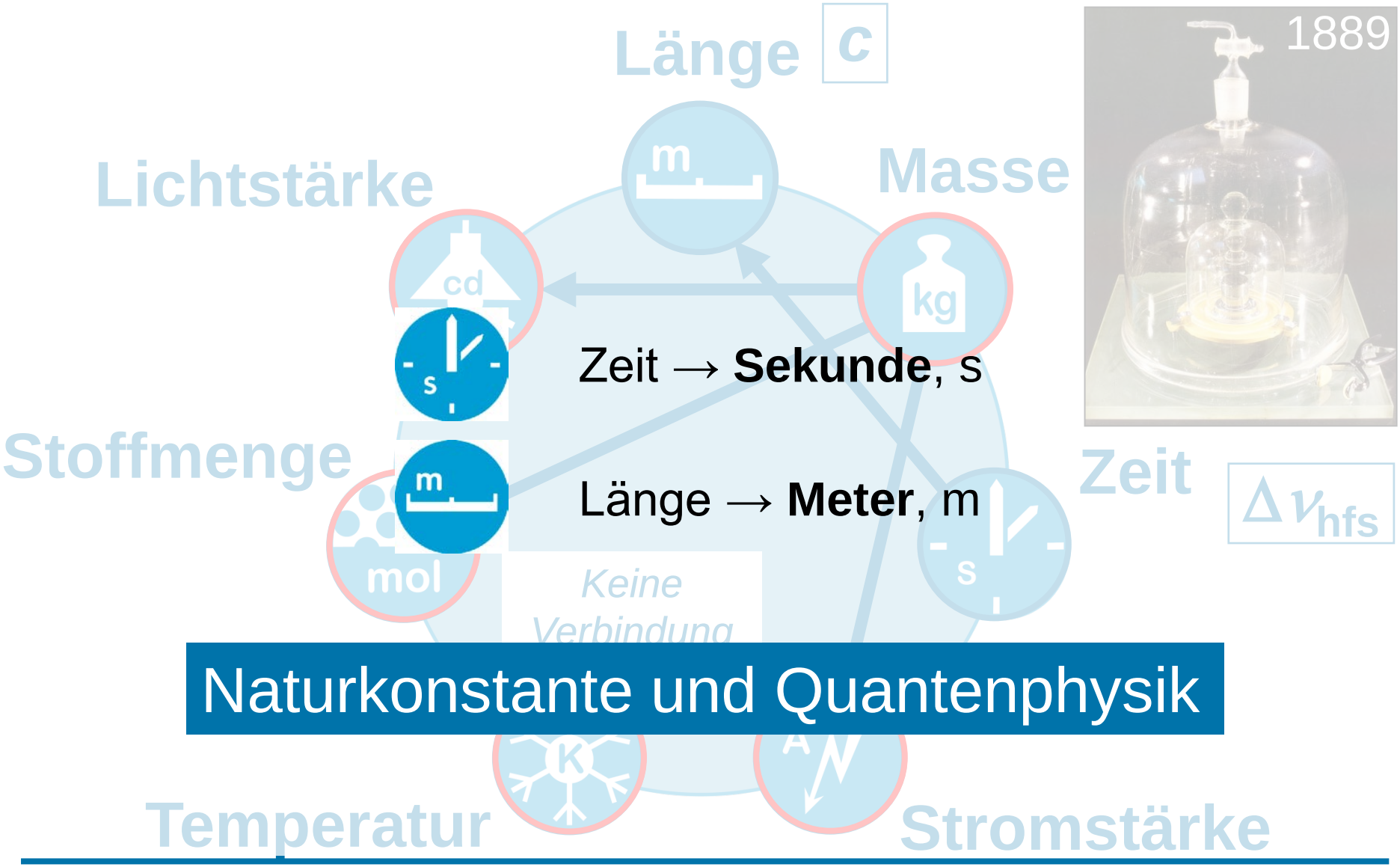
SMOW = standard mean ocean water

0,000 155 76 Mol ^{2}H pro Mol ^{1}H

0,000 379 9 Mol ^{17}O pro Mol ^{16}O

0,002 005 2 Mol ^{18}O pro Mol ^{16}O

Die Lösung…



Zeit → **Sekunde**, s

Länge → **Meter**, m

Naturkonstante und Quantenphysik

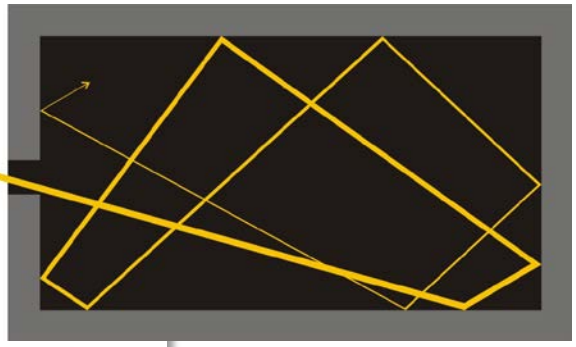
Das neue internationale System der Einheiten

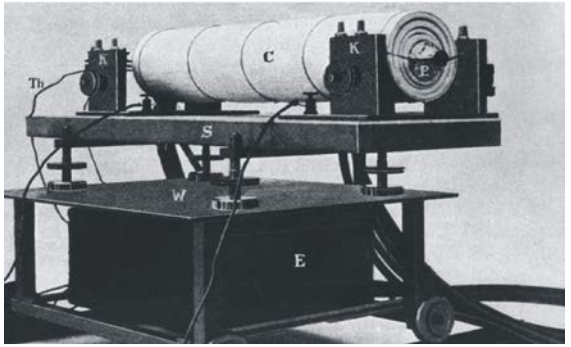
- Größen und Einheiten
- Historische Entwicklung hin zum metrischen System
- Das Internationale System der Einheiten (SI)
- **Das „neue“ SI**
- Ausblick: Optische Uhren
- Zusammenfassung

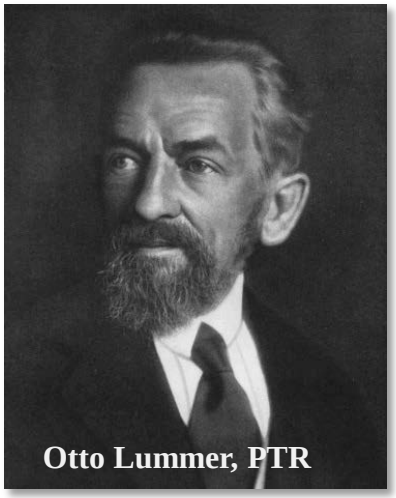
Die Geburtsstunde der Quantenphysik

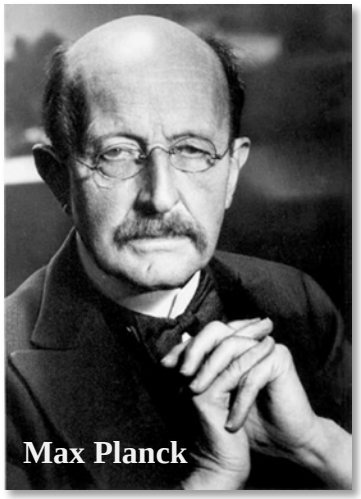
1899 / 1900 im Observatorium von H. v. Helmholtz

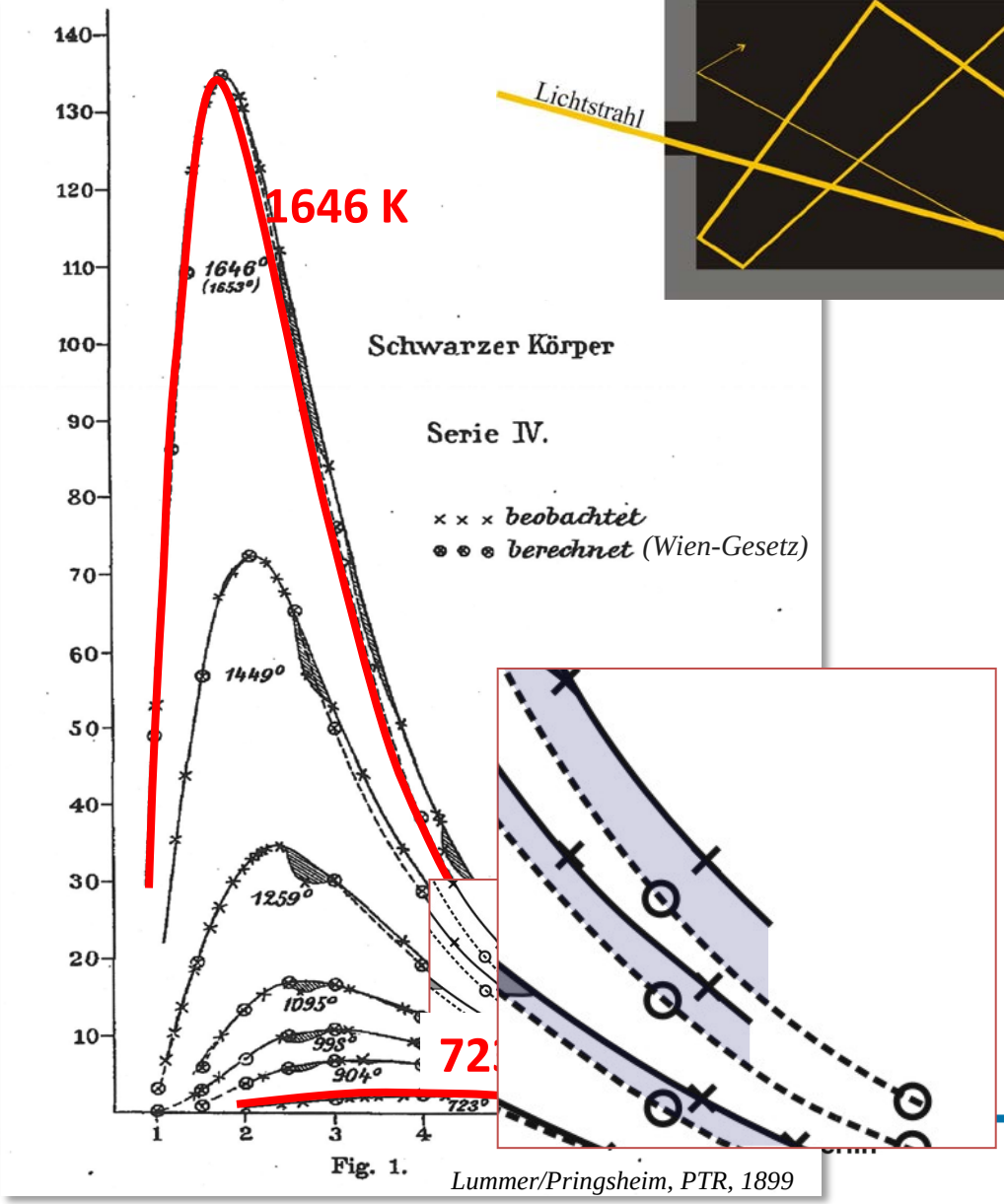
1899/1900: Der Schwarze Strahler…






Otto Lummer, PTR

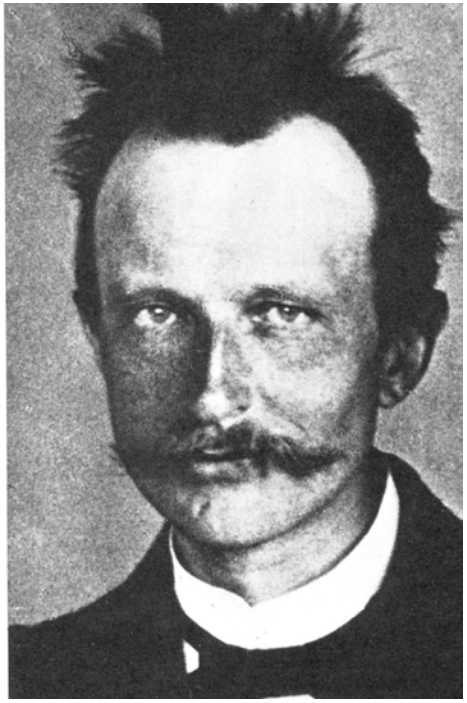

Max Planck



Lummer/Pringsheim, PTR, 1899

$$ll = \frac{8\pi h \nu^3}{c^3} \cdot \frac{1}{e^{\frac{h\nu}{k\vartheta}} - 1}$$

Plancks Idee zu universellen Einheiten



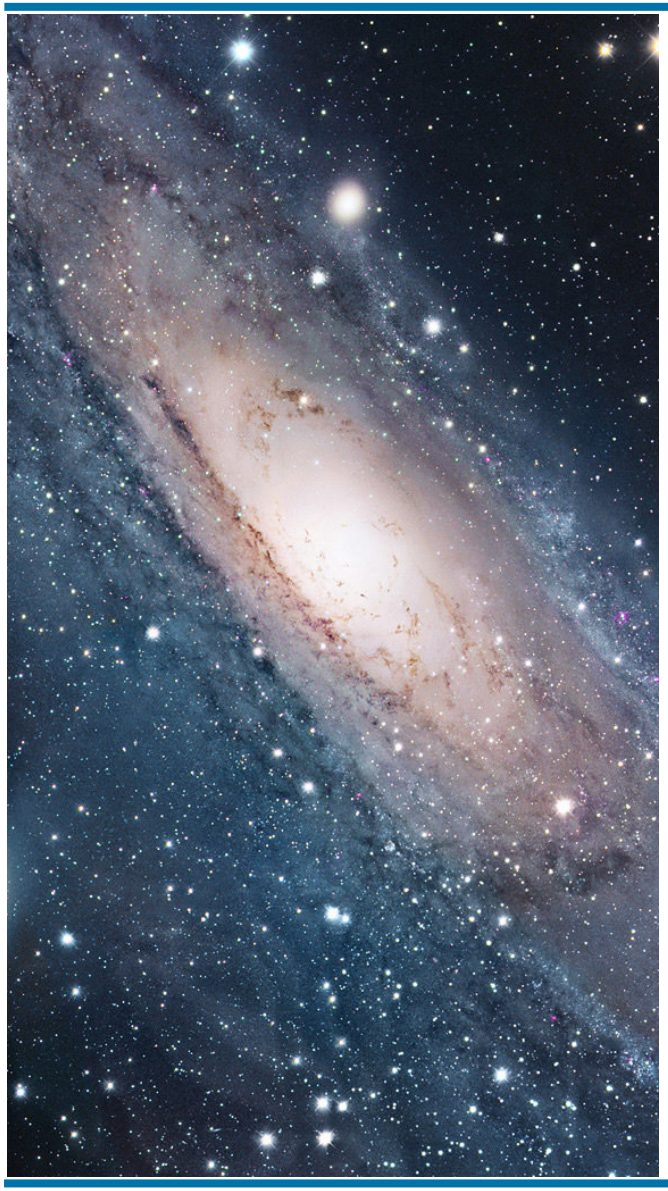
Dem gegenüber dürfte es nicht ohne Interesse sein zu bemerken, dass mit Zuhülfenahme der beiden in dem Ausdruck (41) der Strahlungsentropie auftretenden Constanten a und b die Möglichkeit gegeben ist, Einheiten für Länge, Masse, Zeit und Temperatur aufzustellen, welche, unabhängig von speciellen Körpern oder Substanzen, ihre Bedeutung für alle Zeiten und für alle, auch ausserirdische und aussermenschliche Culturen notwendig behalten und welche daher als „natürliche Maasseinheiten" bezeichnet werden können.

M. Planck, „Ueber irreversible Strahlungsvorgänge", Ann. Physik ***1, 69 (1900)***

$$u = \frac{8\pi h \nu^3}{c^3} \cdot \frac{1}{e^{\frac{h\nu}{k\vartheta}} - 1}$$

$$E_\lambda = \frac{2c^2 b}{\lambda^5} \cdot e^{-\frac{a c}{\lambda \vartheta}}$$

Naturkonstanten



Nicht herleitbare Größen in den fundamentalen physikalischen Theorien

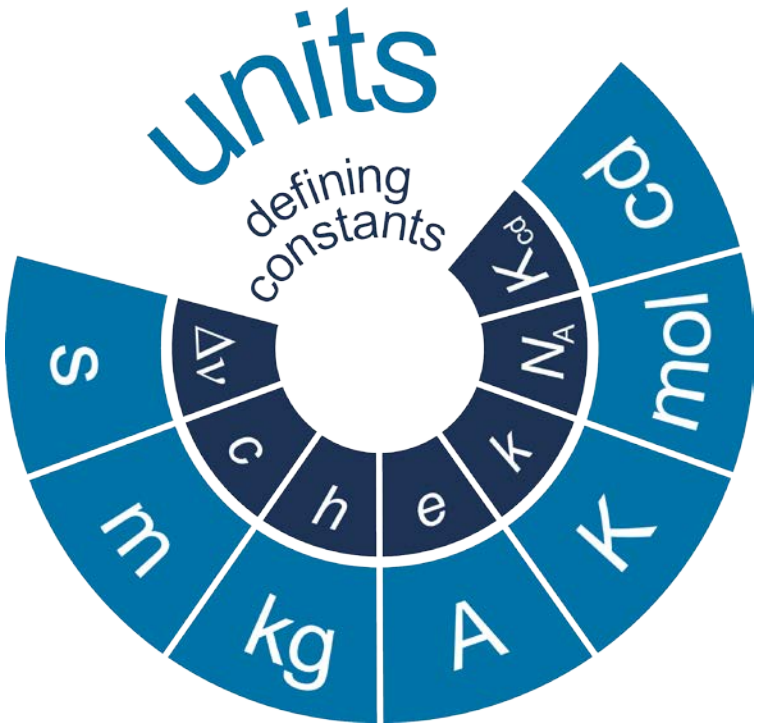
Beispiele: Lichtgeschwindigkeit, Ladung des Elektrons, Planck‘sche Konstante, Feinstruktur- und Gravitationskonstante

→ Fixiere den Wert der Naturkonstanten

→ Leite die Einheiten aus dem Wert der Naturkonstanten ab

Grundannahme:
Naturkonstanten sind unveränderlich

Definierende Konstanten



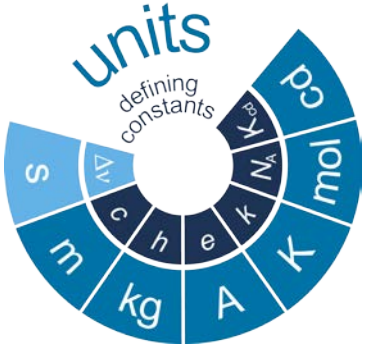
Hyperfeinübergang ^{133}Cs	$\Delta\nu$
Lichtgeschwindigkeit	c
Planck-Konstante	h
Elementarladung	e
Boltzmann-Konstante	k
Avogadro-Konstante	N_A
Photometrisches Strahlungsäquivalent	K_{cd}

Bisher im „alten“ SI:
Einheiten festlegen → Naturkonstanten messen (Unsicherheit)

Jetzt im „neuen“ SI:

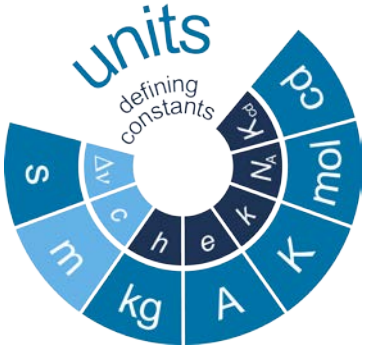
Werte von Naturkonstanten festlegen → Einheiten daraus ableiten

Konstanten definieren die Einheiten



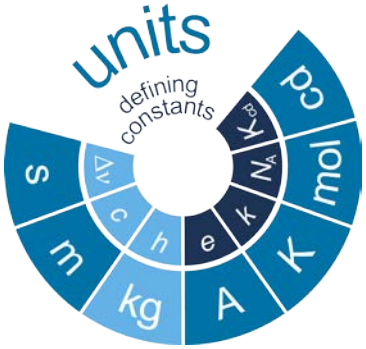
1 s = 9,192631770 × $10^9/\Delta\nu$

$[\Delta\nu]$ = 1/s



1 m = 30,66331899 $c/\Delta\nu$

[c] = m/s



1 kg = 1,47552153 × 10^{40} $h\Delta\nu/c^2$

[h] = m^2kg/s

Experimente für das neue SI

Masse/Stoffmenge

- Avogadro-Experiment / Siliziumeinkristall
- Watt-Waage / Kibble-Waage

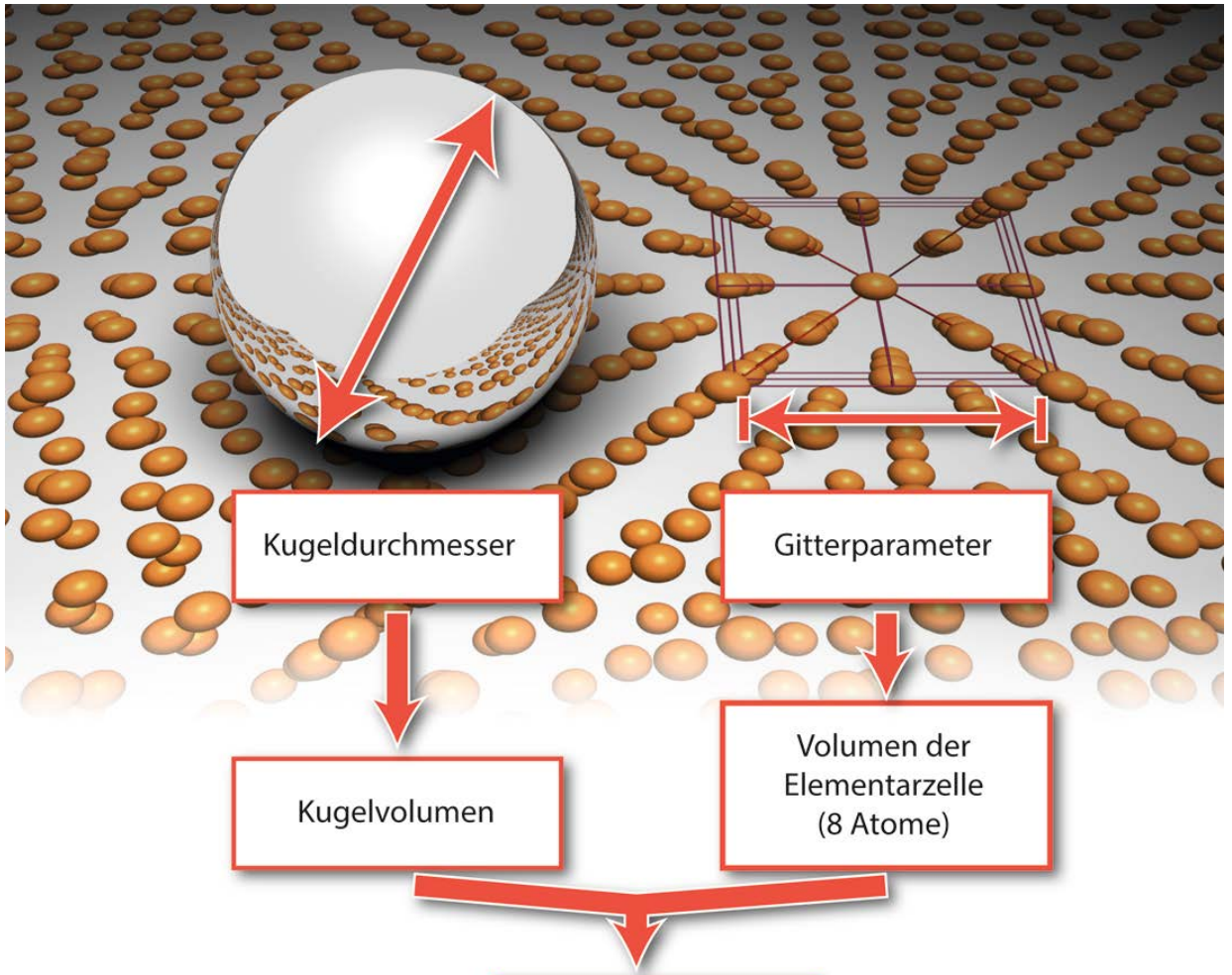
Temperatur

- Bestimmung der Boltzmann-Konstante
  - Dielektrizitätskonstantengasthermometrie

Elektrische Stromstärke

- Einzelelektronentunneln (SET)

Das Avogadro-Projekt: kg und mol



Bureau International des Poids et Mesures

INRiM Istituto Nazionale di Ricerca Metrologica

irmm Institute for Reference Materials and Measurements

NIST

Australian Government National Measurement Institute

NMIJ

NPL National Physical Laboratory

PTB

… zähle die Zahl der Atome in einer Silizium-Kristallkugel aus angereichertem ^{28}Si

The Silicon Route

$$m_{sphere} = \frac{8V}{a^3} \cdot \frac{2hR_\infty}{c\alpha^2} \cdot \frac{\sum_i f_i A_r^i}{A_r^e}$$

relative Masse von Si / relative Elektronenmasse

Zahl der Atome

Elektronenmasse

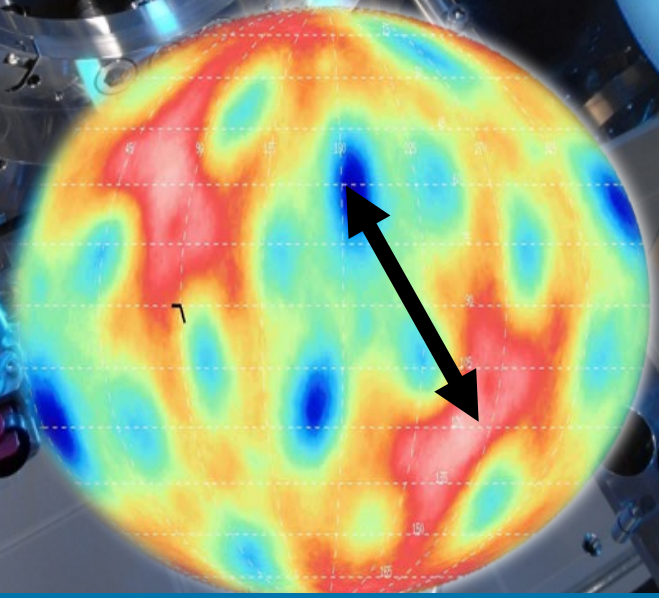
$$u_{rel}(\alpha) = 2.3 \cdot 10^{-10} \quad (CODATA\ 2014)$$

$$u_{rel}(R_\infty) = 5.9 \cdot 10^{-12} \quad (CODATA\ 2014)$$

… messe das Volumen…

The Silicon Route

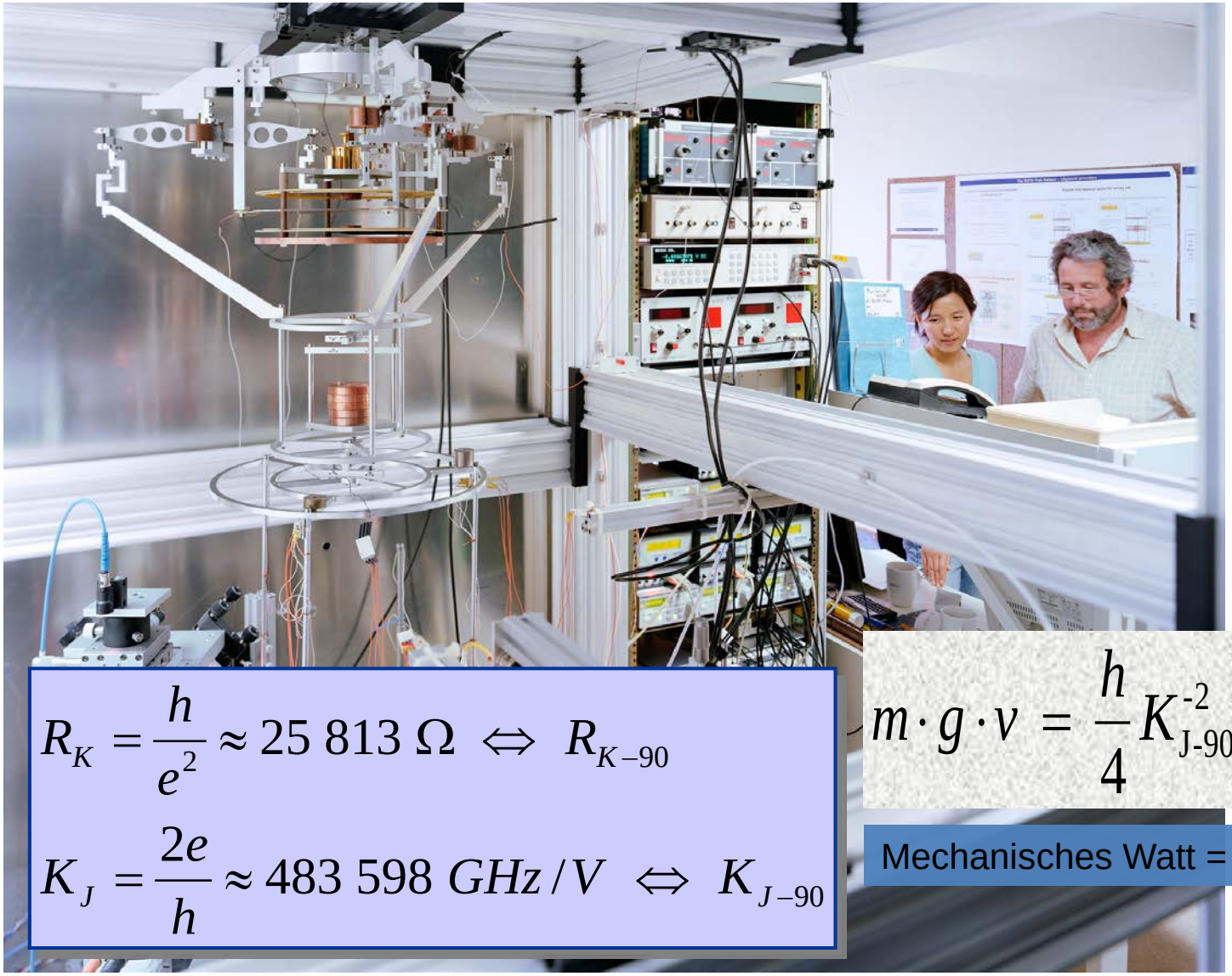
2 m Höhendifferenz…



≅ 6000 km

Abweichung: 16 nm (Maximum - Minimum)

Weiteres Experiment: Watt-Waage



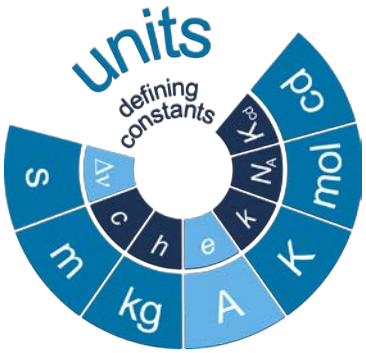
$$R_K = \frac{h}{e^2} \approx 25\,813\ \Omega \ \Leftrightarrow\ R_{K-90}$$

$$K_J = \frac{2e}{h} \approx 483\,598\ GHz/V \ \Leftrightarrow\ K_{J-90}$$

$$m \cdot g \cdot v = \frac{h}{4} K_{\text{J-90}}^{-2} \cdot R_{\text{K-90}} \cdot \{U \cdot I\}$$

Mechanisches Watt = elektrisches Watt

Konstanten definieren die Einheiten

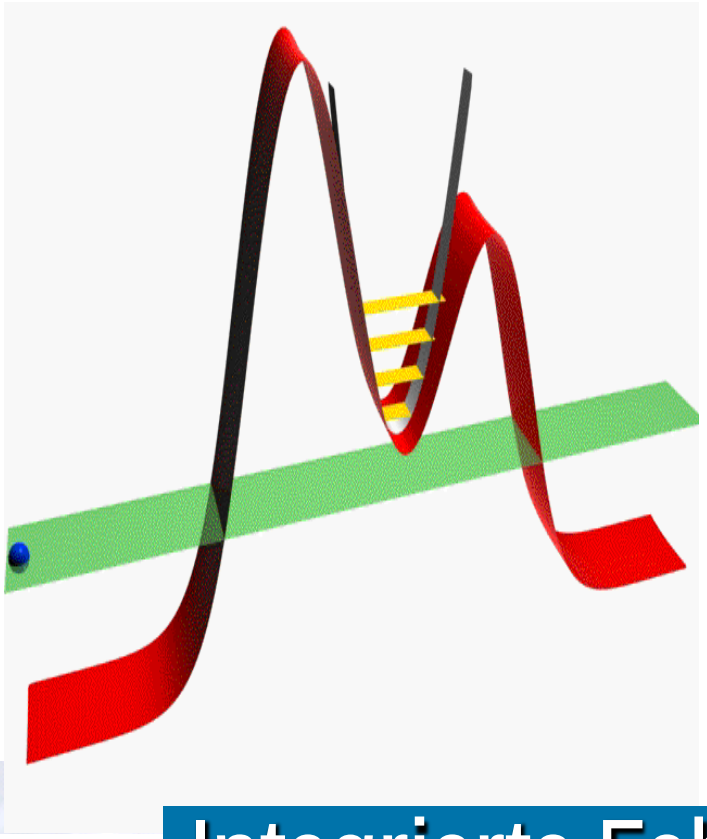


$1\ \mathrm{A} = 6{,}789\ 687 \times 10^{8}/\Delta\nu\, e$

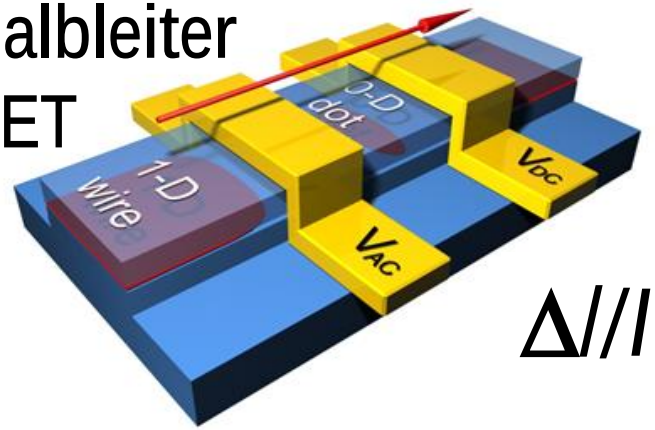
[e] = C

Experiment Einzelelektronen-Tunneln: e

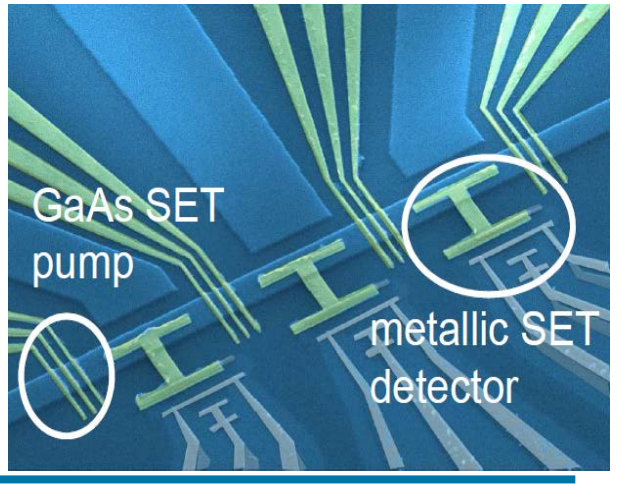
$$I = \langle n \rangle \cdot e \cdot f = 100\ \text{pA} @ \sim 1\ \text{GHz}$$



Halbleiter SET

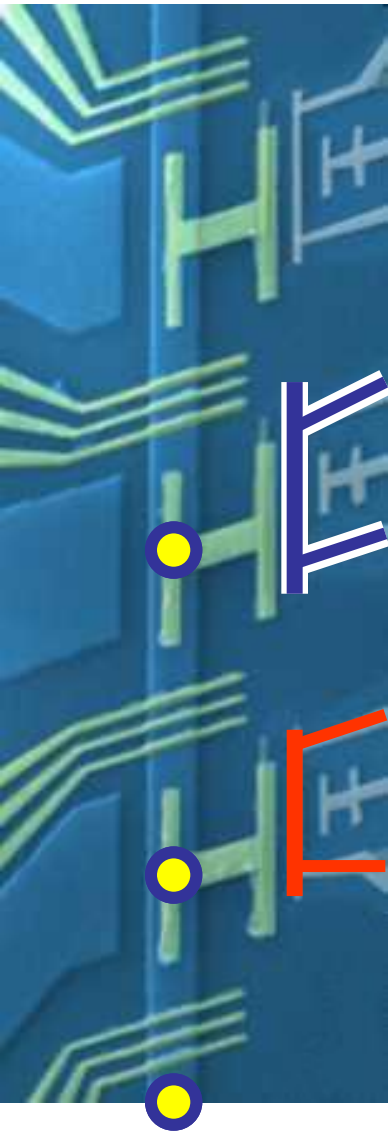


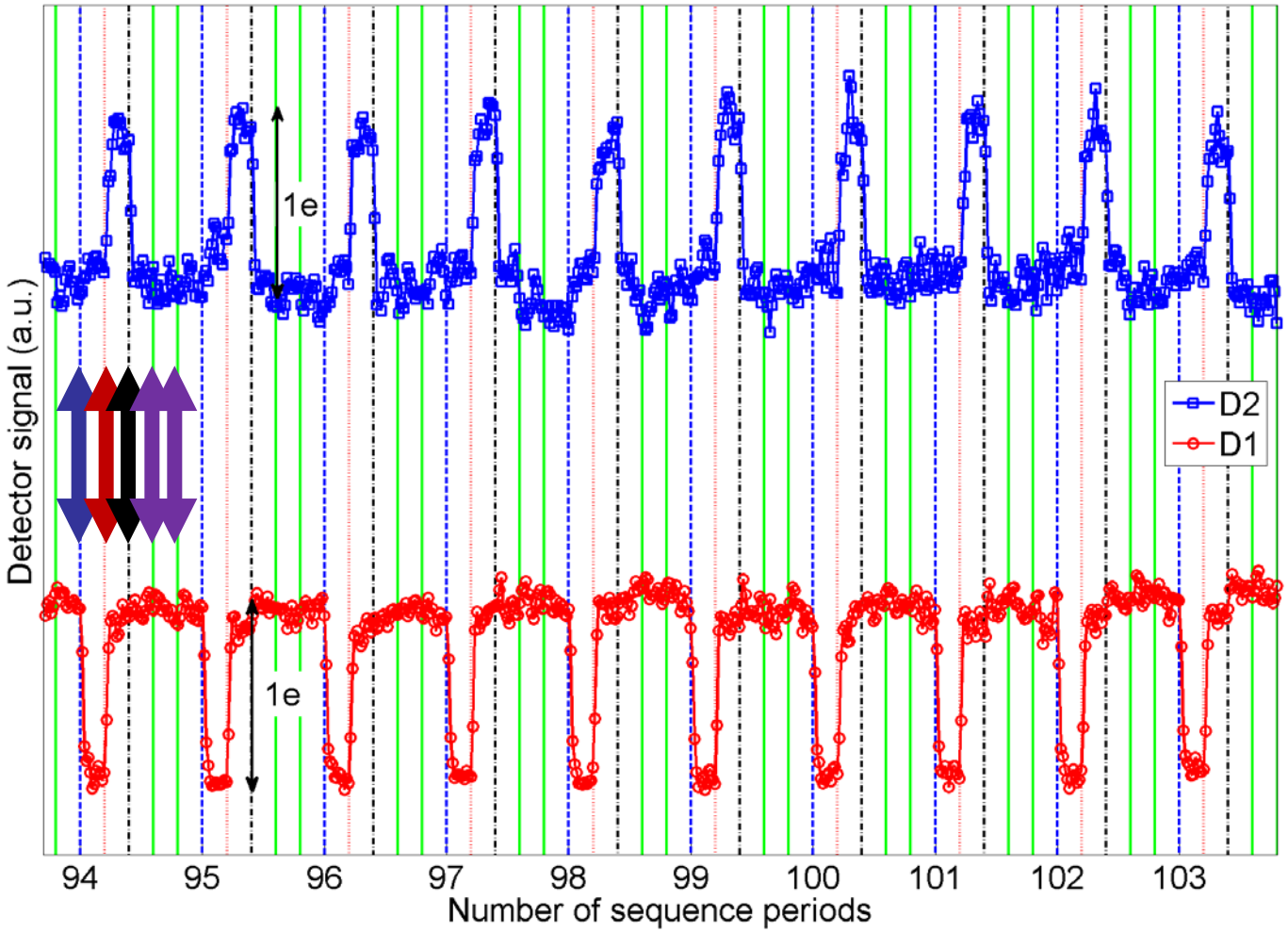
$\Delta I/I \sim 10^{-6}$



Integrierte Fehlerkorrektur

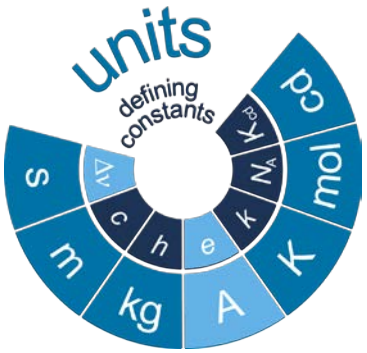
Experiment Einzelelektronen-Tunneln: e





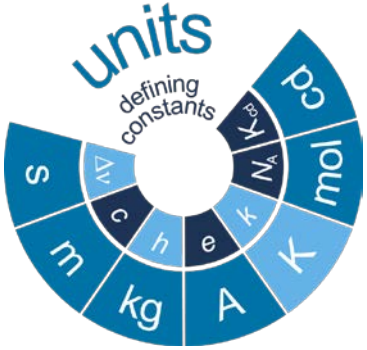
Genauigkeit: 1,6 e bei 10 Millionen

Konstanten definieren die Einheiten



$1\ \mathrm{A} = 6{,}789\,687 \times 10^8 / \Delta\nu\, e$

$[e] = \mathrm{C}$



$1\ \mathrm{K} = 2{,}266\,665 \times 10^8 / \Delta\nu\, h/k$

$[k] = \mathrm{kg\ m^2\ s^{-2}}$

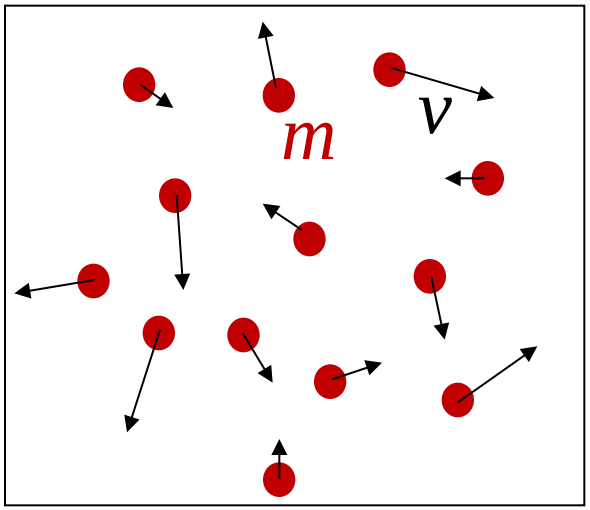
Das neue Kelvin

Das neue Kelvin

$$\overline{E}_{kin} = \frac{m}{2}\overline{v}^2 = \frac{3}{2}k_B T$$

$$E = \frac{1}{2}k_B T$$

pro Freiheitsgrad



$Volumen: V$

$Druck: P$

k_B : Konversionsfaktor

$S = k_B \ln W$

$1/T = dS/dU$

$u_{rel}(k) = 5.7 \cdot 10^{-7}$

CODATA 2014

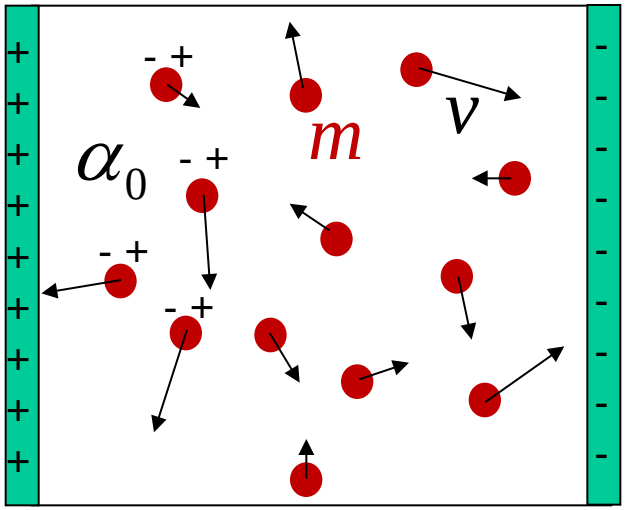
...wie messen?

Das neue Kelvin

$$\overline{E}_{kin} = \frac{m}{2}\overline{v}^2 = \frac{3}{2}k_B T$$

$$E = \frac{1}{2}k_B T$$

pro Freiheitsgrad



$$P \cdot V = N \cdot k_B \cdot T$$

allgemeine Gasgleichung

$$\varepsilon = \varepsilon_0 + \alpha_0 \cdot \frac{N}{V}$$

$$C = \varepsilon \cdot \frac{A}{d}$$

$$k_B = \frac{P}{T} \cdot \frac{\alpha_0}{(\varepsilon - \varepsilon_0)}$$

α_0 : He von der Theorie

$Volumen : V$

$Druck : P$

$Kapazität : C$

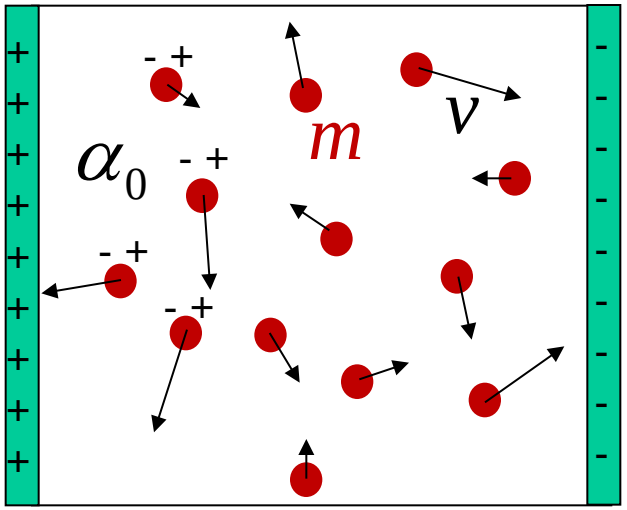
Messe die Kapazität bei konstanter Temperatur als Funktion des Druckes

Das neue Kelvin

$$\overline{E}_{kin} = \frac{m}{2}\overline{v}^2 = \frac{3}{2}k_B T$$

$$E = \frac{1}{2}k_B T$$

pro Freiheitsgrad



$$P \cdot V = N \cdot k_B \cdot T$$

allgemeine Gasgleichung

$$\varepsilon = \varepsilon_0 + \alpha_0 \cdot \frac{N}{V}$$

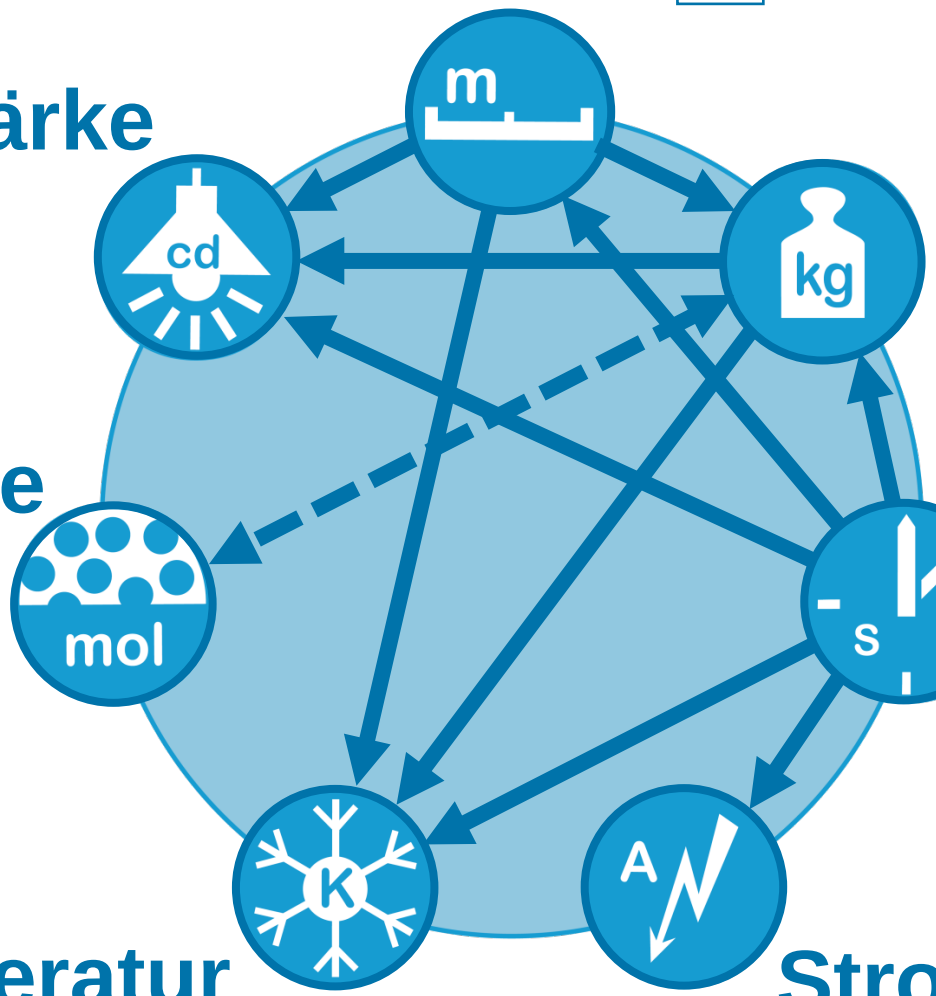
$$C = \varepsilon \cdot \frac{A}{d}$$

$$p \approx \frac{\chi}{\frac{3A_\varepsilon}{RT} + \kappa_{eff}}\left[1 + \frac{B(T)}{3A_\varepsilon}\chi + \frac{C(T)}{(3A_\varepsilon)^2}\chi^2 + \ldots\right]$$

$Volumen : V$
$Druck : P$
$Kapazität : C$

reales Gas und realer Kondensator

Das neue Internationale Einheitensystem



Länge **c**

K_{cd}
Lichtstärke

Masse
h

Stoffmenge
N_A

Zeit
$\Delta\nu_{hfs}$

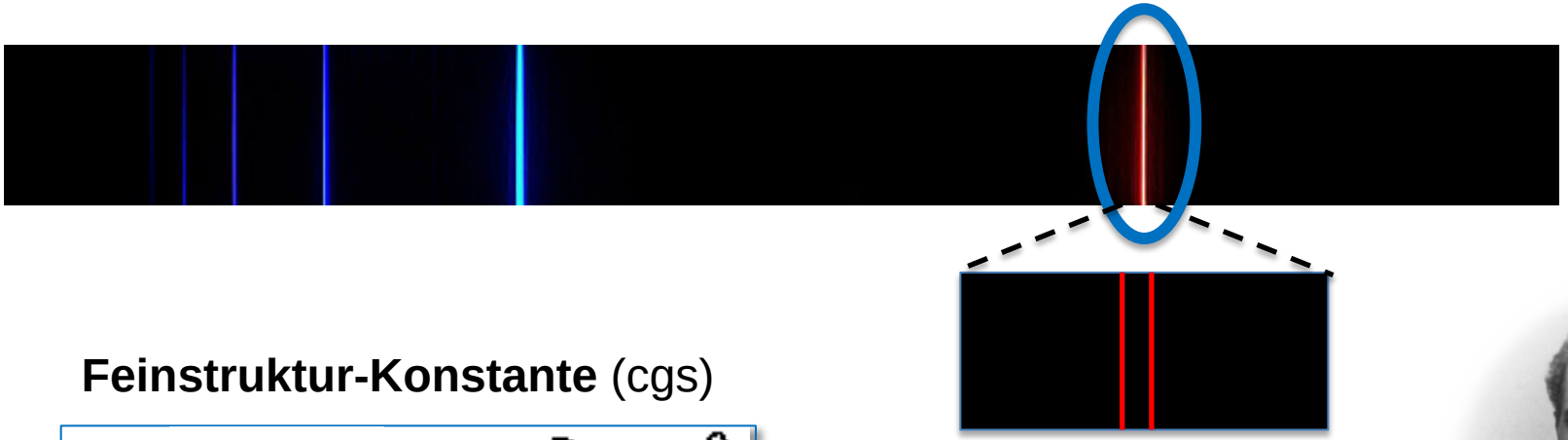
k_B
Temperatur

e
Stromstärke

Das neue internationale System der Einheiten

- Größen und Einheiten
- Historische Entwicklung hin zum metrischen System
- Das Internationale System der Einheiten (SI)
- Das „neue“ SI
- **Ausblick: Optische Uhren**
- Zusammenfassung

Sind die Konstanten konstant?



Balmer-Reihe

Feinstruktur-Konstante (cgs)

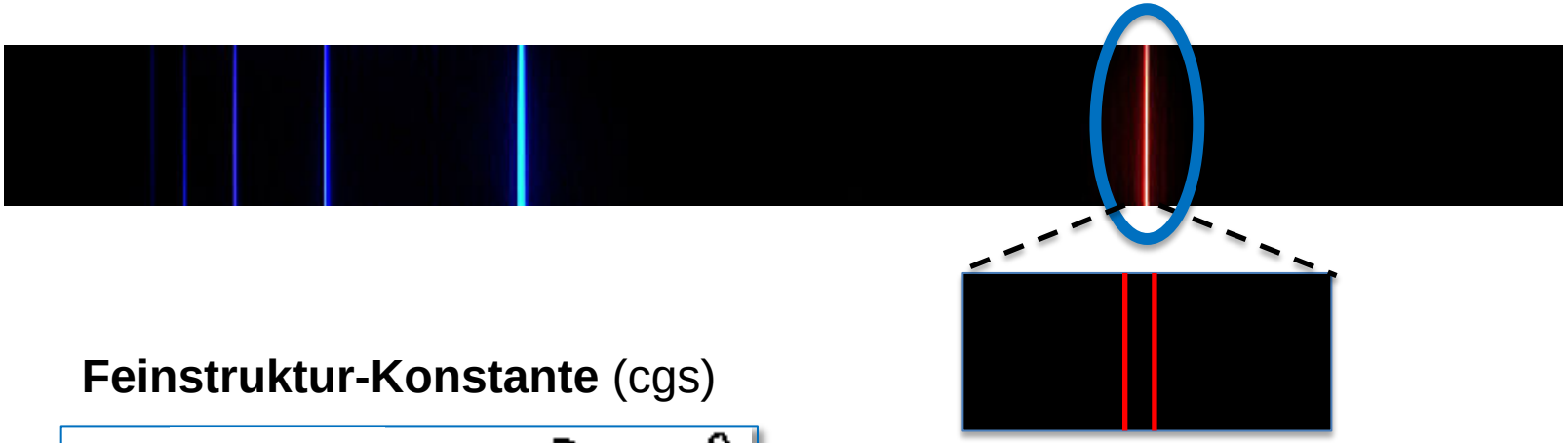
$$\alpha = \frac{p_0}{p_1} = \frac{2\pi e^2}{h c}$$

Arnold Sommerfeld

Energy-Niveau (Wasserstoff)

$$(21) \qquad W = -\frac{N h}{(n+n')^2}\left(\frac{E}{e}\right)^2\left[1+\frac{\alpha^2}{(n+n')^2}\left(\frac{E}{e}\right)^2\left\{\frac{1}{4}+\frac{n'}{n}\right\}\right].$$

Sind die Konstanten konstant?



Balmer-Reihe

Feinstruktur-Konstante (cgs)

$$\alpha = \frac{p_0}{p_1} = \frac{2\pi e^2}{h c}$$

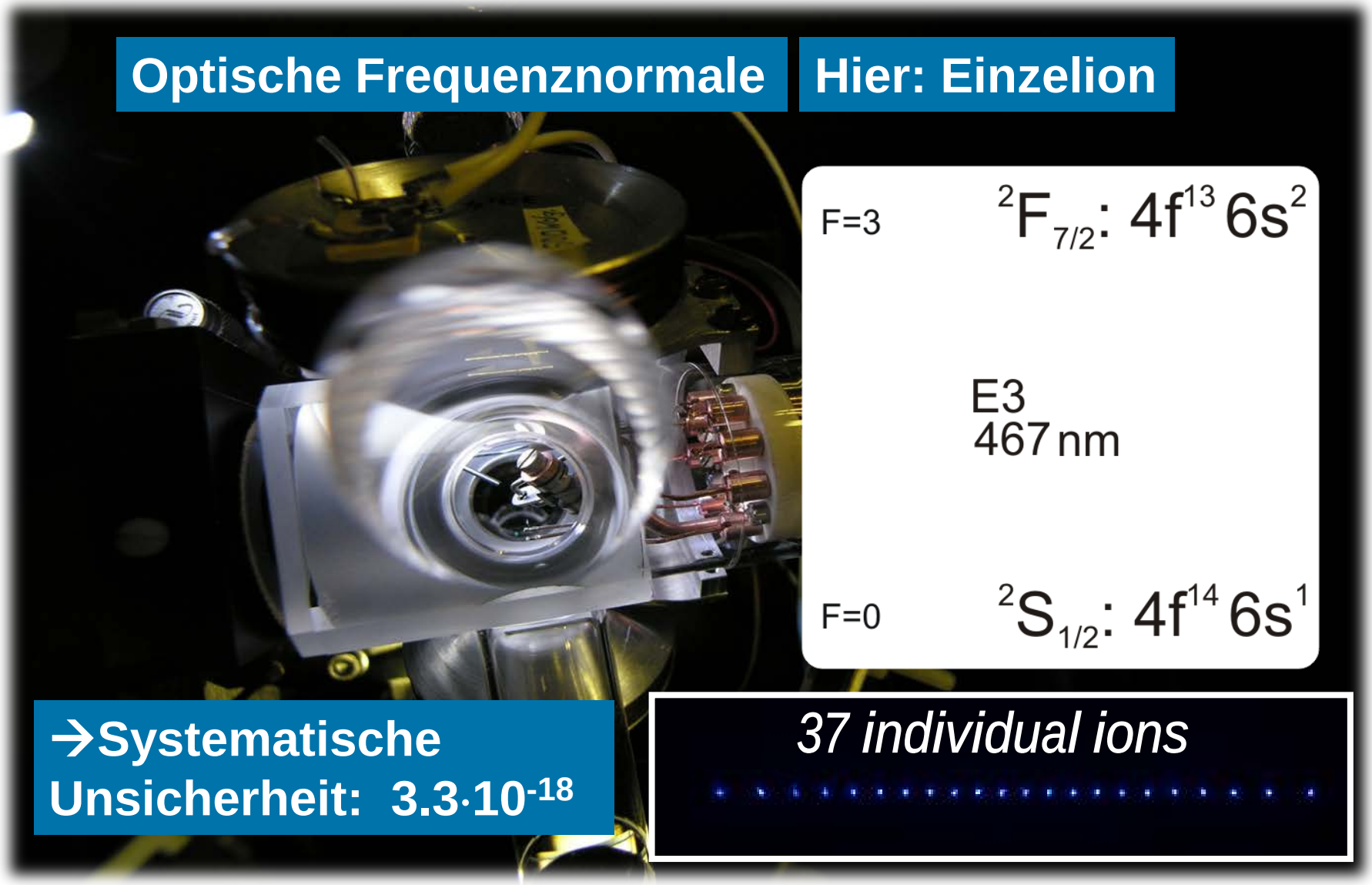
Lea, Rep. Prog. Phys. 70, 1473 (2007)

$$\frac{\partial}{\partial t}\ln\{f\} = [A - A_{\mathrm{hfs}}(\mathrm{Cs}) - 2\left(\frac{\partial}{\partial t}\ln\alpha - \frac{\partial}{\partial t}\ln\left[g_{\mathrm{Cs}}\left(\frac{m_e}{m_p}\right)\right]\right.$$

Bestimme Frequenz relativ zu $\Delta\nu_{\mathrm{Cs,hfs}}$ („SI-Sekunde“)…

Sind die Konstanten konstant?

Optische Frequenznormale | **Hier: Einzelion**



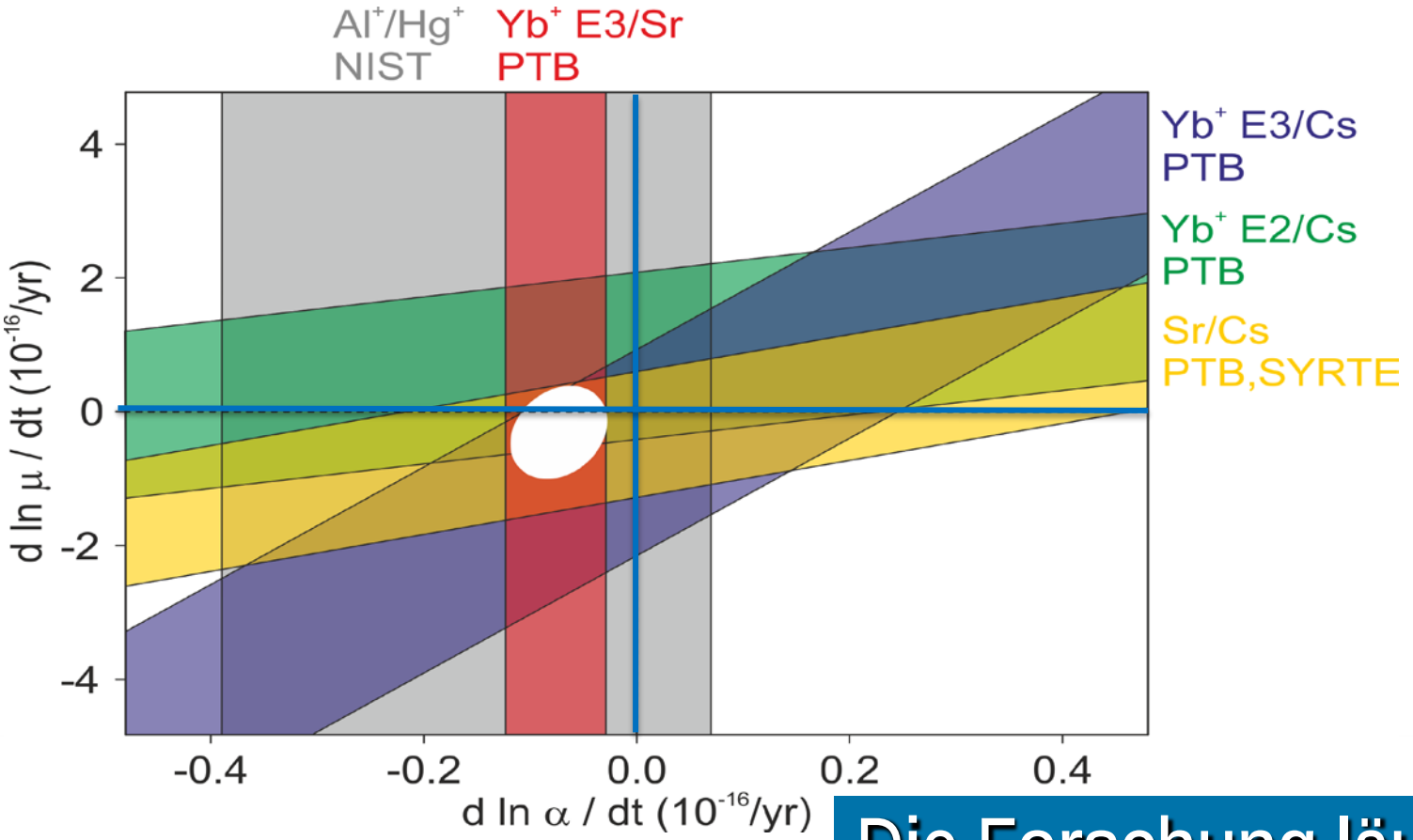
→Systematische Unsicherheit: $3.3 \cdot 10^{-18}$

Sind die Konstanten konstant?

Sind die Konstanten konstant?

$$\frac{d \ln \mu}{dt} = (-3.1 \pm 6.9) \cdot 10^{-17}\ \mathrm{yr}^{-1}$$

$$\frac{d \ln \alpha}{dt} = (-7.3 \pm 4.5) \cdot 10^{-18}\ \mathrm{yr}^{-1}$$



Die Forschung läuft…

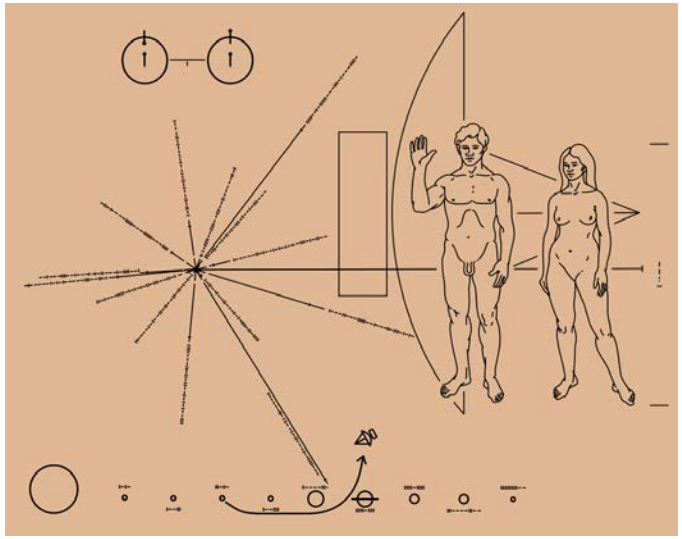
Das neue internationale System der Einheiten

- Größen und Einheiten
- Historische Entwicklung hin zum metrischen System
- Das Internationale System der Einheiten (SI)
- Das „neue“ SI
- Ausblick: Optische Uhren
- **Zusammenfassung**

Das neue internationale Einheitensystem

Das neue Internationale Einheitensystem

- Gegründet auf **Naturkonstanten**
- **Universell gültig** (im ganzen Universum..)
- **Stabil** für lange Zeiten



Plakette in den Pioneer-Sonden 10/11 (1972/1973)

- **Vielfältige Realisierungen** der Einheiten möglich
- Offen für **Innovationen**; keine „historischen“ Barrieren
- Und viele andere Vorteile…